

## 内江市高中 2026 届第一次模拟考试题

## 数 学

本试卷共 4 页,19 小题,满分 150 分,考试时间为 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考号、班级用签字笔填写在答题卡相应位置。
2. 选择题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案。不能答在试题卷上。
3. 非选择题用签字笔将答案直接答在答题卡相应位置上。
4. 考试结束后,监考人员将答题卡收回。

一、单选题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $A = \{1, 3, 5\}$ , 则集合  $\complement_U A$  的元素个数为  
A. 0                      B. 3                      C. 6                      D. 8
2. 在复平面内,复数  $\frac{2i}{2-i}$  对应的点位于  
A. 第一象限              B. 第二象限              C. 第三象限              D. 第四象限
3. 已知向量  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (1, 1)$ , 若  $\vec{a} - \vec{b}$  与  $\vec{a} + \lambda\vec{b}$  共线, 则  $\lambda =$   
A. -1                      B. 1                      C. 2                      D. -2
4. 已知函数  $f(x) = \sin(2x + \varphi)$  在  $x = \frac{\pi}{3}$  处取最大值, 则  $\varphi$  的值可能为  
A.  $-\frac{\pi}{3}$                       B.  $-\frac{\pi}{6}$                       C.  $\frac{\pi}{3}$                       D.  $\frac{\pi}{6}$
5. 设奇函数  $f(x)$  的定义域为  $R$ , 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = x(1+x)$ , 则当  $x < 0$  时,  $f(x) =$   
A.  $x(1+x)$               B.  $x(x-1)$               C.  $x(1-x)$               D.  $-x(1+x)$
6. 某工厂产生的废气要经过多次过滤, 若每次过滤能消除废气中  $\frac{2}{3}$  的污染物, 要使废气中的污染物不超过原来的  $\frac{1}{100}$ , 则至少需要过滤的次数是  
A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5
7. 某产品的一项质量指标  $I$  (单位:  $mm$ ) 服从正态分布  $N(80, \sigma^2)$ , 且  $P(I < 60) = 0.15$ , 若从该产品中随机选取 400 个, 则质量指标  $I$  在  $60mm \sim 100mm$  的个数的期望为  
A. 280                      B. 240                      C. 210                      D. 180
8. 已知直线  $l_i: y = a_i x + b_i (i = 1, 2)$  是函数  $y = e^{x-2}$  与  $y = \ln x$  的两条公切线, 式子的值为  $\frac{1}{e}$  的是  
A.  $a_1 \cdot a_2$               B.  $a_1 + a_2$               C.  $b_1 \cdot b_2$               D.  $b_1 + b_2$

二、多项选择题：本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求的。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 已知  $a, b > 0, ab = a + b + 3$ , 则

- A.  $ab \geq 9$       B.  $ab \leq 9$       C.  $a + b \geq 6$       D.  $a + b \leq 6$

10. 在一次考试中, 5 位同学的成绩均为正整数, 中位数为 70, 唯一的众数为 80, 极差为 15, 则

- A. 该组数据的最小值为 65      B. 该组数据的平均值大于 73  
C. 该组数据的第 60 百分位数为 75      D. 该组数据的方差不超过 46

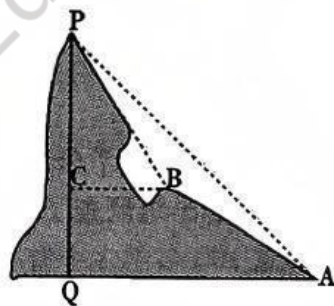
11. 已知  $f(x) = \sin^n x + \cos^n x (n \in \mathbb{N})$ , 则下列命题中正确的是

- A. 当  $n=1$  时,  $f(x)$  在  $(0, \frac{\pi}{2})$  上的值域为  $(1, \sqrt{2})$   
B. 当  $n=1$  时,  $f(2x)$  的图象可由函数  $y = \sqrt{2}\cos 2x$  的图象向左平移  $\frac{7\pi}{8}$  个单位长度得到  
C. 当  $n=6$  时,  $f(x)$  的值域为  $[\frac{1}{4}, 1]$   
D. 若存在正偶数  $n$ , 使得  $f(x) + a(\sin x + \cos x) \geq 0$  对任意  $x \in \mathbb{R}$  恒成立, 则  $a \in [-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12.  $(x^2 + \frac{2}{x})^6$  的展开式中  $x^3$  的系数为 \_\_\_\_\_ (用数字作答)。

13. 如图, 某人在山脚 A 处测得山顶 P 的仰角为  $\frac{\pi}{4}$ , 沿倾斜角为  $\frac{\pi}{6}$  的斜坡 AB 向上走了 200 米到达 B 处 (斜坡 AB 与山 PQ 在同一平面), 在 B 处测得山顶 P 的仰角为  $\frac{\pi}{3}$ , 则山的高度为 \_\_\_\_\_ 米。



14. 函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} - \frac{2\sqrt{2}}{x} + 1$  的所有零点的和为 \_\_\_\_\_。

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (本小题满分 13 分)

已知  $a, b, c$  分别为  $\triangle ABC$  三个内角  $A, B, C$  的对边, 且  $\sqrt{3}a\sin C - c\cos A = c$ .

(1) 求  $A$ ;

(2) 若  $a=2$ , 且  $\triangle ABC$  的面积为  $\sqrt{3}$ , 求  $b, c$ .

## 16. (本小题满分 15 分)

已知  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $S_{10} = 25$ ,  $S_{20} = 100$ .

(1) 求  $a_n$ ;

(2) 将数列  $\{a_n\}$  与  $\{\sqrt{S_n}\}$  的所有项从小到大排列得到数列  $\{b_n\}$ , 求数列  $\{\frac{1}{b_n b_{n+1}}\}$  的前  $n$  项和.

## 17. (本小题满分 15 分)

已知函数  $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + b$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 记曲线  $y = f(x)$  的对称中心为  $(x_0, y_0)$ , 若存在  $a \in [0, 2]$ , 使得  $x_0 + y_0 < 0$ , 求  $b$  的取值范围.

## 18. (本小题满分 17 分)

某兴趣小组调查了某校 100 名学生 100 米短跑成绩的情况, 其中有 60 名学生的短跑成绩合格. 这 100 名学生中有 45 名学生每周自主锻炼时间超过 5 小时, 60 名短跑成绩合格的学生中有 35 名学生每周自主锻炼时间超过 5 小时. 现对短跑成绩不合格的学生进行跑步技巧培训, 已知每周自主锻炼时间超过 5 小时的学生参加跑步技巧培训后, 学生的短跑成绩合格的概率为  $\frac{5}{6}$ , 每周自主锻炼时间不超过 5 小时的学生参加跑步技巧培训后, 学生的短跑成绩合格的概率为  $\frac{3}{4}$ . 用频率估计概率, 从短跑成绩不合格的学生中随机抽取 1 名学生 (记为甲) 进行跑步技巧培训. 依据小概率  $\alpha = 0.005$  的  $\chi^2$  独立性检验, 零假设为  $H_0$ : 学生短跑成绩合格与每周自主锻炼时间相互独立.

(1) 先填写列联表, 再依据小概率值  $\alpha = 0.005$  的独立性检验, 判断是否能认为学生短跑成绩合格与每周自主锻炼时间超过 5 小时有关;

|         | 每周自主锻炼时间超过 5 小时 | 每周自主锻炼时间不超过 5 小时 | 合计  |
|---------|-----------------|------------------|-----|
| 短跑成绩合格  |                 |                  |     |
| 短跑成绩不合格 |                 |                  |     |
| 合计      |                 |                  | 100 |

- (2) 已知学生甲短跑成绩不合格, 求学生甲在培训后短跑成绩合格的情况下, 每周自主锻炼时间不超过 5 小时的概率;
- (3) 为提高学生锻炼的积极性, 学校偶尔会在田径运动场举办锻炼有奖活动, 记  $M$  表示事件“田径运动场举办锻炼有奖的抽奖活动”,  $N$  表示事件“小明去田径运动场锻炼”,  $0 < P(M) < 1, 0 < P(N) < 1$ . 已知小明在田径运动场举办锻炼有奖的抽奖活动的情况下去运动场锻炼的概率, 比不举办抽奖活动的情况下去运动场锻炼的概率大. 证明:  $P(M|N) > P(M|\bar{N})$ .

参考公式与数据:  $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中:  $n = a + b + c + d$ .

|          |       |       |        |
|----------|-------|-------|--------|
| $a$      | 0.01  | 0.005 | 0.001  |
| $\chi_a$ | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

19. (本小题满分 17 分)

已知函数  $f(x) = e^x (\cos x + a \sin x) (x \in (0, +\infty))$ .

(1) 当  $a = 1$  时, 求  $g(x) = \frac{e^{2x}}{f(x)}$  在  $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$  上的最小值;

(2) 当  $0 < a < 1$  时, 设  $x_n$  是  $f(x)$  从小到大的第  $n$  个极值点.

① 证明: 数列  $\{f(x_n)\}$  是等比数列;

② 证明:  $\left| \frac{f(x_{n+1}) - f(x_n)}{x_{n+1} - x_n} \right| > \frac{\sqrt{2}}{8} e^{n\pi+1}$ .