字节精准教育联盟·NCS 高 2026 届高考适应性考试（一诊）

数　学

注意事项：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 考试结束后，只交回答题卡。

一、单选题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1．已知条件 $p:2x-4>0$，条件 $q:x^2-5x+6<0$，则 p 是 q 的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

2．复数 $\frac{(-1+\mathrm{i})(2+\mathrm{i})}{-\mathrm{i}}$ 的虚部为（　）

A．-3　　B．3　　C．$-3\mathrm{i}$　　D．$3\mathrm{i}$

3．已知一组数据为 $8、4、7、6、5、3、9、10$，则这组数据的 25% 分位数是（　　）

A．3　　B．4　　C．4.5　　D．5

4．已知抛物线 $C:y^2=2px\left(p>0\right)$ 的焦点为 F，点 $A\left(x_A,6\right)$ 在 C 上，$\left|AF\right|=\frac{13}{2}$，则 p 的值是（　）

A．2　　B．4　　C．9　　D．4 或 9

5．“$0<x<2$”是“$x^2-4x<0$”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．已知圆锥的高为 1，母线与底面所成角的大小为 30°，则该圆锥的体积为（　）

A．π　　B．$\sqrt{3}\pi$　　C．2π　　D．3π

7．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^3+2x^2+\dfrac{21}{20}x, x\le 0\\ \dfrac{\ln x}{x}, x>0\end{cases}$，$g(x)=f(x)-2ax$，若函数 $g(x)$ 有 5 个零点，则实数 a 的取值范围为（　　）

A．$\left(\dfrac{1}{20},\dfrac{1}{4\mathrm{e}}\right)$　B．$\left(\dfrac{1}{20},\dfrac{1}{2\mathrm{e}}\right)$　C．$\left(\dfrac{1}{20},\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)$　D．$\left(\dfrac{1}{40},\dfrac{1}{4\mathrm{e}}\right)$

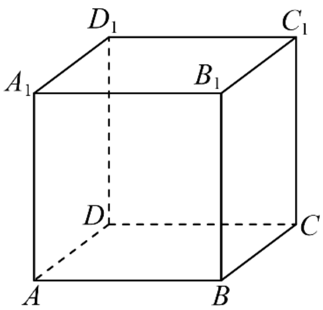
8．已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R，且它的图象关于 $x=-2$ 对称，当 $x_1<x_2<-2$ 时，$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$ 恒成立，设 $a=f(-3)$，$b=f(0)$，$c=f(2)$，则 a，b，c 的大小关系为（　）

A．$b<a<c$　　B．$a<b<c$

C．$b<c<a$　　D．$c<b<a$

二、多选题（共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分，漏选得部分分，错选均不得分）

9．已知正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，则以下说法正确的是（　）



A．直线 A_1C 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B．二面角 A_1-DC-B 所成角的大小为 $\frac{\pi}{4}$

C．直线 AB_1 与直线 BC_1 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$

D．点 A_1 到平面 BC_1D 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

10．下列说法，正确的有（　）

A．在斜三角形 ABC 中，恒有 $\tan A+\tan B+\tan C=\tan A\tan B\tan C$

B．已知 $\sin\alpha+2\sin\beta=2$，则 $\cos(\alpha+\beta)$ 的最大值为 $\frac{1}{4}$

C．已知实数 x,y 满足 $\ln(4x+5y)-\mathrm{e}^{2x+3y}-2x-2y+2\ge 0$，则 $x+y=\frac{3}{2}$.

D．已知点 A,B,M 是圆 $C:x^2+y^2=1$ 上的动点，且 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$，点 P 是直线 $y=x-2$ 上的动点，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的最小值为 1

11. 已知直线 l：$2tx+(1-t^2)y+1+t^2=0(t\in\mathbf{R})$，当 $t=t_1$ 和 $t=t_2$ 时，对应直线分别为 l_1 和 l_2，则下列说法中正确的是（　）

A．存在 $t\in\mathbf{R}$，使得 l 过点 $(1,1)$

B．当 $l_1\perp l_2$ 时，对任意 $t_1\in\mathbf{R}$，总存在两个不同的 t_2 值与之对应

C．$l_1//l_2$ 的充要条件是 $t_1t_2=-1$

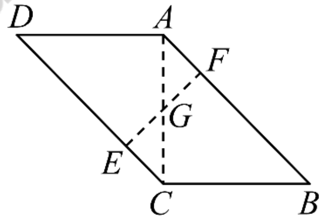
D．存在点 P_0，对任意 $t\in\mathbf{R}$，使得 P_0 到 l 的距离为常数

三、填空题（共 3 小题，每空 5 分，共 15 分）

12．已知向量 $\vec{a}=(1,-1)$，$\vec{b}=(-2,1)$，若 $\left(k\vec{a}+\vec{b}\right)\perp\vec{a}$，则实数 $k=$________.

13．已知随机变量 X 的可能取值是 $1,2,3,4$，已知 $P(X=k)=ak+b$（其中 $k=1,2,3,4$），又 $E[X]=3$，则 $a+b=$______.

14. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$DC=\sqrt{2}AD=\sqrt{2}AC=4,AB=4AF=4EC$，且 EF 交 AC 于点 G，现沿折痕 AC 将 $\triangle ADC$ 折起，直至满足条件 $DC\perp BC$，此时 $\cos\angle EGF=$________.



四、解答题（共 5 小题，15 题 13 分 16~17 题 15 分，18~19 题 17 分，共 77 分）

15．已知$\triangle ABC$ 中，a,b,c 分别为内角 A,B,C 的对边，且

$$2a\sin A=(2b+c)\sin B+(2c+b)\sin C,$$

(1)求角 A 的大小；

(2)设点 D 为 BC 上一点，AD 是$\triangle ABC$ 的角平分线，且 $b=3,c=6$，求 AD 的长度.

16．已知动点 $P(x,y)$ 与定点 $F(1,0)$ 的距离和 P 到定直线 $l:x=2$ 的距离的比是常数 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，记点 P 的轨迹为曲线 C.

(1)求曲线 C 的标准方程；

(2)设点 $F'(-1,0)$，若曲线 C 上两点 M,N 均在 x 轴上方，且 $FM // F'N$，$|FM|+|F'N|=\frac{8}{7}\sqrt{2}$，求直线 FM 的斜率.

17．如图 1，在 $\triangle MBC$ 中，$BM\perp BC$，A，D 分别为边 MB，MC 的中点，且 $BC=AM=2$，将 $\triangle MAD$ 沿 AD 折起到 $\triangle PAD$ 的位置，使 $PA\perp AB$，如图 2，连接 PB，PC.

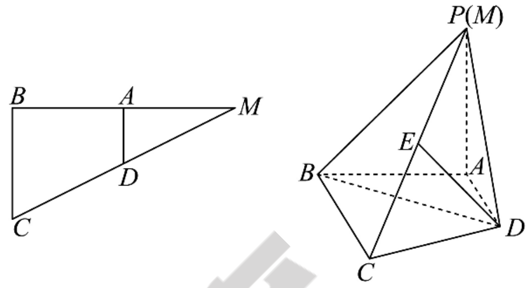


图1　　图2

(1)求证：$PA\perp$ 平面 $ABCD$；

(2)若 E 为 PC 的中点，求直线 DE 与平面 PBD 所成角的正切值；

(3)线段 PC 上一动点 G 满足 $\frac{PG}{PC}=\lambda\left(0\le\lambda\le1\right)$，判断是否存在 λ，使平面 GAD 与平面 PAD 夹角正弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$，若存在，求出 λ 的值；若不存在，请说明理由.

18．给定函数 $f\left(x\right)=\left(x+1\right)\cdot\mathrm{e}^{x}$

(1)判断函数 $f\left(x\right)$ 的单调性，并求 $f\left(x\right)$ 的极值.

(2)若 $f\left(x\right)=a$ 有两个解，求 a 的取值范围.

19．已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=6$，且满足 $a_{n+1}+2^{n+1}=4a_n$.

(1)求证：$\{a_n-2^n\}$ 是等比数列；

(2)求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n；

(3)令 $b_n=\frac{a_n}{a_n+2}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n.求证：$n+\frac{2}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n-\frac{2}{3}<T_n<n$.