

2026 届高三数学试题

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容：集合与常用逻辑用语，不等式，函数与导数，三角函数与解三角形。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $U = \{0, 2, 3, 5, 7\}$ ，且 $\complement_U A = \{2, 5, 7\}$ ，则下列结论错误的是
A. $2 \in A$ B. $3 \in A$ C. $5 \notin A$ D. $7 \notin A$
2. 命题“ $\triangle ABC$ 的内角都大于 60° ”的否定是
A. $\triangle ABC$ 的内角都不大于 60° B. $\triangle ABC$ 的内角都小于 60°
C. $\triangle ABC$ 中至少有一个内角不大于 60° D. $\triangle ABC$ 中至少有一个内角小于 60°
3. 为了得到函数 $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，只需要将函数 $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象
A. 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度 D. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度
4. 已知函数 $f(2x)$ 的定义域为 $\left(0, \frac{5}{2}\right)$ ，则 $g(x) = f(x-1) + \sqrt{x-2}$ 的定义域为
A. $\left[2, \frac{9}{4}\right)$ B. $[2, 6)$ C. $[2, 5)$ D. $\left[2, \frac{7}{2}\right)$
5. “ $a < \frac{1}{3}$ ”是“函数 $f(x) = ax^3 - x^2 + x$ 有极值”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 已知 $a > 0, a \neq 1$ ，函数 $f(x) = \begin{cases} a^x + 5a, & x \geq 0, \\ (2a-1)x + 2, & x < 0 \end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调，则 a 的取值范围是
A. $\left(0, \frac{1}{5}\right] \cup (1, +\infty)$ B. $\left(0, \frac{1}{5}\right]$
C. $\left[\frac{1}{5}, \frac{1}{2}\right) \cup (1, +\infty)$ D. $\left[\frac{1}{5}, \frac{1}{2}\right)$

7. 已知 $\sin^2 \alpha + 4 \sin 2\alpha = 4$, 则 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$

A. 2

B. -3

C. 2 或 $\frac{2}{3}$

D. -3 或 5

8. 已知 $a > |b| > 0$, 且 $\frac{1}{a-b} + \frac{2}{2a+b} = 1$, 则 $5a+b$ 的最小值是

A. 4

B. 7

C. 9

D. 11

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $a < b < 0$, 则下列不等式一定成立的是

A. $a^2 < b^2$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{ab}$ D. $a + \frac{1}{b} < b + \frac{1}{a}$

10. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足对任意的 x, y , 均有 $f(x+y) = f(x) + f(y) - 1$, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) > 1$, 则下列结论正确的是

A. $f(0) = 1$ B. 若 $f(4) = 5$, 则 $f(1) = 2$ C. $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的减函数D. 若 $f(4) = 9$, 则不等式 $f(x^2 - 2) < f(3x) + 4$ 的解集是 $(-1, 4)$

11. 设函数 $f(x) = 2\sin\left(2\omega x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$ ($\omega > 0$), 若 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递增, 则 ω 的取值集合的子集可能是

A. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right]$ C. $\left[3, \frac{7}{2}\right]$ D. $\left[\frac{7}{2}, 4\right]$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. $\frac{1}{2} \lg \frac{1}{9} + \lg 3\,000 =$ $\blacktriangle$.

13. 已知 $a > 0$, 且“对任意的 $x \in [1, 2]$, 以 $1, 2, \frac{a}{x} - 1$ 为边长的三条线段不能构成三角形”是假命题, 则 a 的取值范围是 $\blacktriangle$.

14. 若函数 $f(x) = ae^x - x^2 + 3$ 恰有两个不同的零点, 则 a 的取值范围是 $\blacktriangle$.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , A 为锐角, 且 $5a \sin B = 3b$.

(1) 求 $\cos A$ 的值;

(2) 若 $a = 6\sqrt{3}$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 3, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

16. (15分)

已知函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3} \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$.

(1) 求 $f(x)$ 图象的对称中心的坐标;

(2) 求 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上的值域;

(3) 若对任意的 $x \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}\right]$, 不等式 $[f(x)]^2 - mf(x) - 6 \leq 0$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

17. (15分)

已知二次函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) - f(x) = 2x+1$, 且 $f(1) = -4$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式.

(2) 设函数 $g(x) = f(2^x + 2^{-x}) - 2m(2^x + 2^{-x})$.

① 当 $m = \frac{1}{4}$ 时, 求不等式 $g(x) > 0$ 的解集;

② 若 $g(x)$ 的最小值为 $-6m$, 求 m 的值.

18. (17分)

某5A级景区为提高文创产品的销量,推出“核心文创+周边衍生品”的组合套餐.经市场调研和成本核算,得到以下关键信息:套餐的固定成本为50 000元,套餐销售量为 x ($100 \leq x \leq 800, x \in \mathbf{Z}$)套,每套的可变成本为 $(0.0001x^2 + 0.1x + 60)$ 元.通过价格测试发现,每套套餐售价 $p(x) = (348 - 0.2x)$ 元.

(1)求该套餐的总利润 $f(x)$ (单位:元)关于销量 x 的函数关系式.

(2)为了使总成本不高于79 700元,求该套餐售价的最小值.

(3)当该套餐售价为何值时,该套餐的总利润取得最大值?最大值是多少万元?

注:总成本=固定成本+可变成本,总利润=销售总额-总成本.

19. (17分)

已知函数 $f(x) = ae^x - x$ ($a > 0$).

(1)当 $a=2$ 时,求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2)若 $0 < x < 1$,不等式 $f(x) \ln x < x \ln \frac{a}{x} + x^2$ 恒成立,求 a 的取值范围.