成都树德中学高 2023 级高三上期开学考试

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的.

1. 若命题“$\forall x\in \mathrm{R}$，$x^2-2ax+6a>0$”是假命题，则 a 的取值范围是（　　）

A. $(0,6)$　　B. $(-\infty,0)\cup(6,+\infty)$

C. $[0,6]$　　D. $(-\infty,0]\cup[6,+\infty)$

2. 设集合 $A=\left\{x|2^{2x+1}\le\frac{1}{32}\right\}$，$B=\left\{x|\ y=\sqrt{1-x}+1\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{x|-3\le x\le 1\}$　　B. $\{x|x\le 1\}$　　C. $\{x|x\le -3\}$　　D. $\{x|-1\le x\le 3\}$

3. 从装有 2 个红球和 2 个黑球　口袋内任取 2 个球，那么互斥而不对立的两个事件是（　　）

A. 至少有一个红球与都是黑球　　B. 至少有一个黑球与都是黑球

C. 至少有一个黑球与至少有 1 个红球　　D. 恰有 1 个黑球与恰有 2 个黑球

4. 在等差数列$\{a_n\}$中，$S_{11}=33$，则 $a_5+a_8-\frac{1}{3}a_9=$（　　）

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

5. 已知 m,n,a,b 是两条不重合的直线，α，β 是两个不重合的平面，则下列说法正确的是（　　）

A. 若 $m\perp\alpha, n//\beta, \alpha\perp\beta$，则 $m\perp n$

B. 若 $m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n//\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

C. 若 $m//n$，$m//\alpha$，$n//\beta$，则 $\alpha//\beta$

D. 若 $a//\alpha$，$a\subset\beta$，$\alpha\cap\beta=b$，则 $a//b$

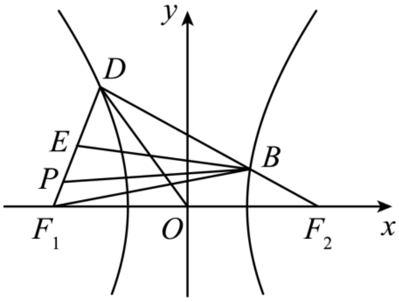
6. 已知函数 $f(x)=\sin\left[3\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)\right](\omega>0)$ 的最小正周期为 π，则 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6}\right]$ 的最小值为（　　）

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{3}{2}$　　C. 0　　D. $\frac{3}{2}$

7. 定义在 R 上函数满足 $f(x+1)=\frac{1}{2}f(x)$，且当 $x\in[0,1)$ 时，$f(x)=1-|2x-1|$.则使得 $f(x)\le\frac{1}{16}$ 在 $[m,+\infty)$ 上恒成立的 m 的最小值是（　　）

A. $\frac{7}{2}$　　B. $\frac{9}{2}$　　C. $\frac{13}{4}$　　D. $\frac{15}{4}$

8. 如图，F_1，F_2为双曲线的左右焦点，过F_2的直线交双曲线于B，D两点，$|OD|=3$，E为线段的DF_1中点，若对于线段DF_1上的任意点P，都有$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PB}\geq\overrightarrow{EF_1}\cdot\overrightarrow{EB}$成立，且$\triangle BF_1F_2$内切圆的圆心在直线$x=2$上.则双曲线的离心率是（　　）



A $\frac{4}{3}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\frac{3}{2}$

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，有二个正确选项的，每个选项3分，有三个正确选项的，每个选项2分，有选错的得0分.

9. 已知高二（1）（2）（3）班三个班的学生人数之比为3∶3∶4.在某次数学考试中，高二（1）班的不及格率为10%，高二（2）班的不及格率为20%，高二（3）班的不及格率为15%，从三个班随机抽取一名学生.记事件A="该学生本次数学考试不及格"，事件B_i="该学生在高二（i）班"（$i=1$，2，3），则（　　）

A $P(B_i)=0.3$

B. $P(A)=0.15$

C　A与B_3相互独立

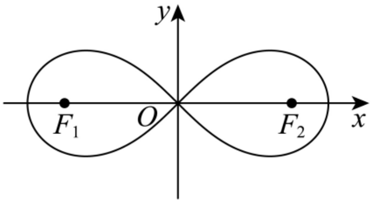
D. $\frac{P(B_1|A)}{P(B_3|A)}=\frac{1}{2}$

10. 若△ABC的内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且满足$b-3a+6a\sin^2\frac{A+B}{2}=0$，则下列结论正确的是（　　）

A. 角C一定为锐角　　B. $3a^2+5b^2=3c^2$　　C. $4\tan A+\tan C=0$　　D. $\tan B$的最大值为$\frac{3}{4}$

11. 双纽线，也称伯努利双纽线，伯努利双纽线的描述首见于1694年，雅各布·伯努利将其作为椭圆的一种

类比来处理．椭圆是由到两个定点距离之和为定值的点的轨迹，而卡西尼卵形线则是由到两定点距离之乘积为定值的点的轨迹，当此定值使得轨迹经过两定点的中点时，轨迹便为伯努利双纽线．已知曲线 C（如图所示）过坐标原点 O，且 C 上的点 $P(x,y)$ 满足到两个定点 $F_1(-a,0)$，$F_2(a,0)(a>0)$ 的距离之积为 4，则下列结论正确的是（　）



A. $a=2$

B. 点 $M(x,1)(x>0)$ 在 C 上，则 $|MF_1|=2\sqrt{2}$

C. 点 N 在椭圆 $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 上，若 $F_1N\perp F_2N$，则 $N\in C$

D. 过 F_2 作 x 轴的垂线交 C 于 A，B 两点，则 $|AB|<2$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$a_{n+1}=3a_n-2$，$n\in\mathbf{N}_+$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为______.

13. 甲、乙、丙等 8 名同学将作为志愿者参加三个养老院的志愿服务工作，每个养老院至少安排 2 名志愿者，每名志愿者只能去一个养老院，且甲、乙、丙三人必须在同一养老院进行志愿服务，则有________种不同的分配方案.

14. 若函数 $f(x)=\dfrac{x^3}{6}-\dfrac{1+a}{2}x^2+ax\ln x-ax$ 有两个极值点，则 a 的取值范围是_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $b=2a\cos\left(C-\dfrac{\pi}{3}\right)$.

（1）求 A；

（2）若 $b=2\sqrt{3}c$，且 $\triangle ABC$ 面积 $2\sqrt{3}$，

（i）求 a 的值；

（ii）求 $\cos(2B-A)$.

16. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2-a\ln x+a^3,a\in\mathbf{R}$.

（1）当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线方程；

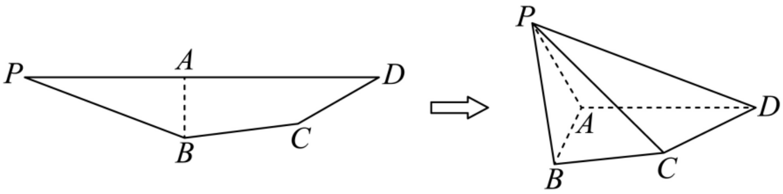
（2）若 $f\left(x\right)$ 有极小值，且 $f\left(x\right)\geq 2a^3-\frac{a}{2}$，求 a 的取值范围.

17. 已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1，F_2，离心率为 $\frac{1}{2}$，且点 $(\frac{2\sqrt{3}}{3},\sqrt{2})$ 在 E 上.

（1）求椭圆 E 的方程；

（2）过点 $B\left(1,0\right)$ 作直线 l 交椭圆 E 于 M,N 两点，且点 M 位于 x 轴上方，设点 N 关于 x 轴的对称点为 N_1，求 $\triangle BMN_1$ 面积的最大值.

18. 如图，平面四边形 $PBCD$ 中，点 A 是线段 PD 上一点， $AB\perp PD$，且 $PD=4$， $CD=\sqrt{2}$，$\angle ADC=45°$，沿着 AB 将三角形 PAB 折叠得到四棱锥 $P-ABCD$，折叠后 $\angle PAD=120°$.



（1）求证：平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）若 $AP=AD$，求平面 PCD 与平面 $ABCD$ 夹角的正切值；

（3）若 P， A， C， D 在同一个球面上，设该球面　球心为 G，证明：当球 G 的半径最小时，点 G 在平面 PAD 内.

19. 甲、乙两人比赛，比赛规则为：共进行奇数局比赛，全部比完后，所赢局数多者获胜.假设每局比赛甲赢的概率都是 p （$0<p<1$），各局比赛之间的结果互不影响，且没有平局.

（1） $p=\frac{1}{2}$，若两人共进行 5 局比赛，设两人所赢局数之差的绝对值为 X，求 X 的分布列和数学期望；

（2） $p=\frac{2}{3}$ 时，若两人共进行 $2n+1$（$n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n\geq 2$）局比赛，记事件 A_k 表示“在前 $2n-1$ 局比赛中甲赢了 $k\left(k=0,1,2,\cdots,2n-1\right)$ 局”.事件 B 表示“甲最终获胜”.请写出 $P\left(B|\sum_{k=0}^{n-2}A_k\right)$，$P\left(B|A_{n-1}\right)$，$P\left(B|A_n\right)$，$P\left(B|\sum_{k=n+1}^{2n-1}A_k\right)$ 的值（直接写出结果即可）；

（3）若两人共进行了 $2n-1\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$ 局比赛，甲获胜的概率记为 P_n.证明：$\frac{1}{2}<p<1$ 时，$P_{n+2}-P_{n+1}<P_{n+1}-P_n$.