炎德·英才·名校联考联合体 2026 届高三第一次联考
（暨入学检测）

数学参考答案

一、二、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	C	C	A	A	B	D	D	C	AC	BCD	ABD

1. C 【解析】因为 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$，$B=\{x|-3<x\leqslant 0\}$，所以 $A\cap B=\{-2,-1,0\}$.

2. C 【解析】$|3-2\mathrm{i}|=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$，故选 C.

3. A 【解析】因为在矩形 $ABCD$ 中，E 为 CD 的中点，

所以 $\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，

所以 $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AE}$.

4. A 【解析】$\cos\theta=2\cos^2\frac{\theta}{2}-1=2\times\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)^2-1=-\frac{2}{3}$，故选 A.

5. B 【解析】因为在分布列中，各变量的概率之和为 1，

所以 $m=1-(0.2+0.5)=0.3$，由数学期望的计算公式，

得 $4\times 0.3+a\times 0.2+9\times 0.5=6.9$，解得 a 的值为 6.

6. D 【解析】由新概念可知，E 的 3 型双曲线的方程为 $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，且 $\frac{c}{a}\cdot\frac{c}{a}=3$，

所以 $c^2=3a^2$，即 $a^2+b^2=3a^2$，则 $b^2=2a^2$，所以 E 的 3 型双曲线的渐近线为 $y=\pm\frac{a}{b}x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$，故选 D.

7. D 【解析】由正弦定理得 $\sin B\sin C=\sqrt{3}\sin C\cos B$，又 $\sin C\neq 0$，所以 $\sin B=\sqrt{3}\cos B$，则 $\tan B=\sqrt{3}$，

由 $B\in(0,\pi)$ 得，$B=\frac{\pi}{3}$，由 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}b\times 1$ 得，$b=\frac{\sqrt{3}}{2}ac$，则 $ac=\frac{2\sqrt{3}}{3}b$，

根据余弦定理得，$b^2=a^2+c^2-ac=(a-c)^2+ac$，则 $b^2=1+\frac{2\sqrt{3}}{3}b$，整理得 $3b^2-2\sqrt{3}b-3=0$，

解得 $b=\sqrt{3}$（负值舍去），故选 D.

8. C 【解析】易知函数 $y=\log_2(|x-1|+2)$ 与 $y=\mathrm{e}^{x^2-2x}$ 的图象都关于直线 $x=1$ 对称，且均在 $(-\infty,1]$ 上单调递减，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,1]$ 上单调递减.

又 $b=f(\mathrm{e}-1)=f(3-\mathrm{e})$，则 $0<\ln 2<1$，$0<3-\mathrm{e}<1$，$0<\ln 3-1<1$，

为便于比较 $\ln 2$，$3-\mathrm{e}$，$\ln 3-1$ 的大小，考虑比较 $\ln 2-2$，$3-\mathrm{e}-2=1-\mathrm{e}$，$\ln 3-1-2=\ln 3-3$ 的大小.

构造函数 $h(x)=\ln x-x(x>1)$，则 $h'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}<0$，所以 $h(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，又 $2<\mathrm{e}<3$，所以 $h(2)>h(\mathrm{e})>h(3)$，则 $\ln 2-2>1-\mathrm{e}>\ln 3-3$，即 $\ln 2>3-\mathrm{e}>\ln 3-1$，所以 $f(\ln 2)<f(3-\mathrm{e})<f(\ln 3-1)$，则 $a<b<c$，故选 C.

9. AC 【解析】因为抛物线 $C:y^2=2px$ 的焦点 F 为 $\left(\frac{p}{2},0\right)$，所以 $\frac{p}{2}=\frac{1}{2}$，解得 $p=1$，A 正确；

易知 C 的准线方程为 $x=-\frac{1}{2}$，由 $\begin{cases}x=-\frac{1}{2},\\2x-y-1=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-\frac{1}{2},\\y=-2,\end{cases}$ 则 $D\left(-\frac{1}{2},-2\right)$，B 错误；

由上可知，$y^2=2x$，联立方程组 $\begin{cases}y^2=2x,\\2x-y-1=0,\end{cases}$ 整理得 $4x^2-6x+1=0$，

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\frac{3}{2}$，因为 F 在直线 l 上，所以 $|AB|=x_1+x_2+p=\frac{5}{2}$，C 正确；

又 $|DF|=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{5}$，且 $|DB|<|DF|$，所以 $|BD|<\sqrt{5}$，D 错误.

故选 AC.

10. BCD 【解析】由等比数列的性质可知，$a_4a_6=a_2a_8$，又 $a_4a_6=2a_8$，所以 $a_2=2$，A 错误；

设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，由 $a_5=a_2q^3=\frac{1}{4}$，解得 $q=\frac{1}{2}$，则 $a_1=\frac{a_2}{q}=4$，所以 $a_n=a_1q^{n-1}=4\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=2^{3-n}$， B 正确；

由上可知，$a_na_{n+1}=2^{3-n}\cdot 2^{2-n}=2^{5-2n}$，设 $b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}=2^{2n-5}$，则 $\dfrac{b_{n+1}}{b_n}=\dfrac{2^{2(n+1)-5}}{2^{2n-5}}=4$，所以数列 $\left\{\dfrac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$ 是以 4 为公比的等比数列，C 正确；

设数列 $\left\{\dfrac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n，则 $T_n=\dfrac{2^{-3}\times(1-4^n)}{1-4}=\dfrac{4^n-1}{24}$，D 正确. 故选 BCD.

11. ABD 【解析】令 $x=0, y=\dfrac{1}{2}$，则 $f\left\{f\left[f\left(\dfrac{1}{2}\right)\right]\right\}-f(0)f\left(\dfrac{1}{2}\right)=0$，即 $\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}f(0)=0$，解得 $f(0)=1$，A 正确；

取 $y=0$ 得，$f\{f[f(x)]\}-f(x)f(0)=0$，所以 $f\{f[f(x)]\}=f(x)$，

取 $x=1, y=-t$，则 $f\{f[f(1-t)]\}-f(1)f(-t)=t$，所以 $f\{f[f(1-t)]\}=t$，

令 $1-t=z$，则 $t=1-z$，所以 $f\{f[f(z)]\}=1-z$，即 $f\{f[f(x)]\}=1-x$，

故 $f(x)=1-x$，

$f(-2)=3$，B 正确；

$f(1-x)=-(1-x)+1=x$ 为奇函数，C 错误；

$f(1-x^3)=-(1-x^3)+1=x^3$ 为 $\mathbf{R}$ 上增函数，D 正确，故选 ABD.

三、填空题

12. $y=\mathrm{e}x$ 【解析】记 $f(x)=\mathrm{e}^x$，则 $f'(x)=\mathrm{e}^x$，$f'(1)=\mathrm{e}$，所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,\mathrm{e})$ 处的切线方程为 $y-\mathrm{e}=\mathrm{e}(x-1)$，即 $y=\mathrm{e}x$.

13. 8 【解析】设圆柱的母线长为 l，则圆柱的侧面积为 $2\pi rl=2\pi l$，

易知球的表面积为 $4\pi\times 2^2=16\pi$，所以 $2\pi l=16\pi$，解得 $l=8$.

14. $\left(\dfrac{23}{5},\dfrac{26}{5}\right]\cup\left(\dfrac{36}{5},\dfrac{38}{5}\right]$

【解析】设 T 为 $f(x)$ 的最小正周期，由题意可知，$\dfrac{T}{2}<\dfrac{\pi}{4}<T$，即 $\dfrac{\pi}{\omega}<\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{2\pi}{\omega}$，解得 $4<\omega<8$，

由余弦函数的图象可知，两个相邻零点之间必有一条对称轴，即存在一个极值点.

由 $f(x)=0$ 得，$\omega x+\dfrac{\pi}{5}=k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，由 $x\in\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right)$ 得，$\omega x+\dfrac{\pi}{5}\in\left[\dfrac{\omega\pi}{4}+\dfrac{\pi}{5},\dfrac{\omega\pi}{2}+\dfrac{\pi}{5}\right)$，

又 $4<\omega<8$，所以 $\dfrac{6\pi}{5}\leqslant\dfrac{\omega\pi}{4}+\dfrac{\pi}{5}<\dfrac{11\pi}{5}$，$\dfrac{11\pi}{5}\leqslant\dfrac{\omega\pi}{2}+\dfrac{\pi}{5}<\dfrac{21\pi}{5}$，

则 $\begin{cases}\dfrac{\omega\pi}{4}+\dfrac{\pi}{5}\leqslant\dfrac{3}{2}\pi,\\ \dfrac{5}{2}\pi<\dfrac{\omega\pi}{2}+\dfrac{\pi}{5}\leqslant 3\pi,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\dfrac{\omega\pi}{4}+\dfrac{\pi}{5}>2\pi,\\ \dfrac{7}{2}\pi<\dfrac{\omega\pi}{2}+\dfrac{\pi}{5}\leqslant 4\pi,\end{cases}$

解得 $\dfrac{23}{5}<\omega\leqslant\dfrac{26}{5}$，或 $\dfrac{36}{5}<\omega\leqslant\dfrac{38}{5}$，

故实数 ω 的取值范围为 $\left(\dfrac{23}{5},\dfrac{26}{5}\right]\cup\left(\dfrac{36}{5},\dfrac{38}{5}\right]$.

四、解答题

15.【解析】(1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，

由题意可知，$\begin{cases}a_1+3d=8,\\ 4a_1+6d=20,\end{cases}$ ………………………………（2 分）

解得 $a_1=2, d=2$，………………………………（4 分）

故 $a_n=a_1+(n-1)d=2n$. ………………………………（6 分）

(2) 由 (1) 得，$S_n=\dfrac{n(2+2n)}{2}=n(n+1)$，所以 $\dfrac{1}{S_n}=\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$，………………（9 分）

数列 $\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$ 的前 n 项和为 $\left(1-\dfrac{1}{2}\right)+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)=1-\dfrac{1}{n+1}=\dfrac{n}{n+1}$. ………（13 分）

16.【解析】(1) 零假设为 H_0：这种药品的级别与生产线无关. ………………（1 分）

根据表中数据可得，$\chi^2=\dfrac{100(35\times 20-30\times 15)^2}{65\times 35\times 50\times 50}=\dfrac{100}{91}\approx 1.099<3.841$，………………（4 分）

根据小概率值 $\alpha=0.050$ 的独立性检验，没有充分证据推断 H_0 不成立，因此可以认为这种药品的级别与生产线无关. ………………………………（6 分）

(2) 设 B=“任取一件药品为二级品”，A_1=“药品为甲生产线生产”，A_2=“药品为乙生产线生产”，…………（7 分）

由题意可知，$P(A_1)=\dfrac{3}{7}$，$P(A_2)=\dfrac{4}{7}$，$P(B|A_1)=\dfrac{3}{10}$，$P(B|A_2)=\dfrac{2}{5}$，………………（10 分）

由全概率公式得，$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)$ ………………（11 分）

$=\dfrac{3}{7}\times\dfrac{3}{10}+\dfrac{4}{7}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{5}{14}$；………………（12 分）

所以 $P(A_2|B)=\frac{P(A_2B)}{P(B)}=\frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(B)}$ ………………………………………………………………………… (13 分)

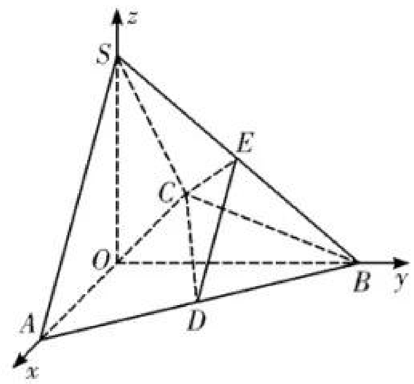
$=\frac{\frac{4}{7}\times\frac{2}{5}}{\frac{5}{14}}=\frac{16}{25}$. …… (15 分)

17.【解析】(1)取 AC 的中点 O,连接 OB,OS.

$\because SA=SC,AB=CB,\therefore AC\perp SO,AC\perp BO$. ………………………………………………………………… (2 分)

又$\because$平面 $SAC\perp$平面 ABC,且 AC 是平面 SAC 与平面 ABC 的交线,$\therefore SO\perp$平面 ABC,

如图所示建立空间直角坐标系 $O-xyz$,



则 $A(2,0,0),B(0,2\sqrt{3},0),C(-2,0,0),S(0,0,2\sqrt{2}),D(1,\sqrt{3},0),E(0,\sqrt{3},\sqrt{2})$,

$\therefore\overrightarrow{AC}=(-4,0,0),\overrightarrow{SB}=(0,2\sqrt{3},-2\sqrt{2})$,

$\therefore\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{SB}=(-4,0,0)\cdot(0,2\sqrt{3},-2\sqrt{2})=0$,

$\therefore AC\perp SB$. ……… (4 分)

(2)$\overrightarrow{CE}=(2,\sqrt{3},\sqrt{2}),\overrightarrow{DE}=(-1,0,\sqrt{2}),\overrightarrow{SC}=(-2,0,-2\sqrt{2})$. ……………………………………………… (5 分)

设平面 ECD 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,

则 $\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CE}=0,\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0$,

$\therefore\begin{cases}2x+\sqrt{3}y+\sqrt{2}z=0,\\-x+\sqrt{2}z=0,\end{cases}$ ……………………………………………………………………………………… (7 分)

令 $z=1$,则 $x=\sqrt{2},y=-\sqrt{6}$, ……………………………………………………………………………………………… (8 分)

故 $\boldsymbol{n}=(\sqrt{2},-\sqrt{6},1)$为平面 ECD 的一个法向量,

则 $\cos\langle\boldsymbol{n},\overrightarrow{SC}\rangle=\frac{\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{SC}}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{SC}|}=\frac{-4\sqrt{2}}{3\times2\sqrt{3}}=-\frac{2\sqrt{6}}{9}$, ………………………………………………………… (9 分)

$\therefore$直线 SC 与平面 ECD 所成角的正弦值为$\frac{2\sqrt{6}}{9}$. ……………………………………………………………… (10 分)

(3)由(2)可知 $\boldsymbol{n}=(\sqrt{2},-\sqrt{6},1)$为平面 ECD 的一个法向量,

而$\overrightarrow{OS}=(0,0,2\sqrt{2})$为平面 BCD 的一个法向量. ………………………………………………………………… (12 分)

设二面角 $E-CD-B$ 的大小为 θ,

易知二面角 $E-CD-B$ 是锐角,

$\therefore\cos\theta=\left|\frac{\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{OS}}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{OS}|}\right|=\frac{2\sqrt{2}}{3\times2\sqrt{2}}=\frac{1}{3}$, ………………………………………………………………………… (14 分)

$\therefore$二面角 $E-CD-B$ 的余弦值等于$\frac{1}{3}$. ………………………………………………………………………………… (15 分)

18.【解析】(1)由题意可知,$2a=\sqrt{2}\times2b$,则 $a=\sqrt{2}b$, …………………………………………………………………… (1 分)

又 $2c=4$,则 $c=2$,所以 $a^2-b^2=c^2=4$, …………………………………………………………………………………… (2 分)

解得 $a=2\sqrt{2},b=2$, ……… (3 分)

故椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. ………………………………………………………………………………………… (4 分)

(2)(i)当直线 AB 的斜率不存在或为零时,圆 $O:x^2+y^2=\frac{8}{3}$ 内切于正方形 $ABCD$,四个顶点为$\left(\pm\sqrt{\frac{8}{3}},\pm\sqrt{\frac{8}{3}}\right)$,

显然满足椭圆 C 的方程$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$,符合题意,此时四边形 $ABCD$ 为菱形. ……………………………………… (5 分)

当直线 AB 的斜率存在且不为零时,设其方程为 $y=kx+t(k\neq0),A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$,

由$\begin{cases}y=kx+t,\\\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1,\end{cases}$得$(1+2k^2)x^2+4ktx+2t^2-8=0$,

则 $\Delta=16k^2t^2-4(1+2k^2)(2t^2-8)=8(8k^2-t^2+4)>0$，

$x_1+x_2=-\dfrac{4kt}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{2t^2-8}{1+2k^2}$，…………………………………………（7 分）

所以 $y_1y_2=(kx_1+t)(kx_2+t)=\dfrac{t^2-8k^2}{1+2k^2}$. ……………………………………（8 分）

因为圆 O：$x^2+y^2=\dfrac{8}{3}$ 内切于平行四边形 $ABCD$，所以 O 到直线 AB 的距离为 $\sqrt{\dfrac{8}{3}}$，

则 $d=\dfrac{|t|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{\dfrac{8}{3}}$，整理得 $t^2=\dfrac{8}{3}(1+k^2)$，……………………………（9 分）

所以 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=\dfrac{2t^2-8}{1+2k^2}+\dfrac{t^2-8k^2}{1+2k^2}=\dfrac{3t^2-8k^2-8}{1+2k^2}=\dfrac{3\left[\dfrac{8}{3}(1+k^2)\right]-8k^2-8}{1+2k^2}=0$，………（10 分）

则 $OA\perp OB$，此时平行四边形 $ABCD$ 为菱形.

综上可知，四边形 $ABCD$ 为菱形. ……………………………………………………（11 分）

(ii) 由(i)知，当四边形 $ABCD$ 为正方形时，$S_{ABCD}=2\sqrt{\dfrac{8}{3}}\times2\sqrt{\dfrac{8}{3}}=\dfrac{32}{3}$；…………………（12 分）

当四边形 $ABCD$ 不为正方形为菱形时，

因为 $|AB|=\sqrt{(1+k^2)[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}=2\sqrt{2}\times\sqrt{\dfrac{(1+k^2)(8k^2-t^2+4)}{(1+2k^2)^2}}$，………………（13 分）

所以△AOB 的面积为 $S_{\triangle AOB}=\dfrac{1}{2}\times|AB|\times d=\dfrac{8}{3}\times\sqrt{\dfrac{(1+k^2)(4k^2+1)}{(1+2k^2)^2}}$，……………………（14 分）

令 $m=1+2k^2$，则 $m>1$，$k^2=\dfrac{m-1}{2}$，

所以 $S_{\triangle AOB}=\dfrac{8}{3}\times\sqrt{\dfrac{2m^2+m-1}{2m^2}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}\sqrt{-\dfrac{1}{m^2}+\dfrac{1}{m}+2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}\sqrt{-\left(\dfrac{1}{m}-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{9}{4}}$，

当 $\dfrac{1}{m}=\dfrac{1}{2}$，即 $m=2$ 时，$S_{\triangle AOB}$ 取得最大值 $2\sqrt{2}$. ……………………………………（16 分）

因为菱形 $ABCD$ 的面积等于 $4S_{\triangle AOB}$，所以菱形 $ABCD$ 的面积的最大值为 $8\sqrt{2}$，因为 $8\sqrt{2}>\dfrac{32}{3}$，所以菱形 $ABCD$ 的面积最大为 $8\sqrt{2}$. ……………………………………………………………………（17 分）

19.【解析】(1) 当 $a=-\dfrac{1}{2}$ 时，$y=\dfrac{f(x)}{x}=\ln x-\dfrac{1}{2}x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，则 $y'=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{2-x}{2x}$，…………（1 分）

当 $x>2$ 时，$y'<0$，$y=\dfrac{f(x)}{x}$ 单调递减；当 $0<x<2$ 时，$y'>0$，$y=\dfrac{f(x)}{x}$ 单调递增，…………（3 分）

所以 $y_{\max}=\ln 2-1$，故 $y=\dfrac{f(x)}{x}$ 的最大值为 $\ln 2-1$. ……………………………………（4 分）

(2) 由(1)可知，$\ln x-\dfrac{1}{2}x\leqslant\ln 2-1<0$，即 $\ln x<\dfrac{1}{2}x$，所以 $\forall x>0$，$x\ln x<\dfrac{1}{2}x^2$，…………（6 分）

令 $g(x)=e^x-\dfrac{1}{2}x^2(x>0)$，则 $g'(x)=e^x-x$，…………………………………………（7 分）

设 $h(x)=e^x-x(x>0)$，则 $h'(x)=e^x-1>0$，所以 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

则 $h(x)>h(0)=1>0$，即 $g'(x)>0$，所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，……………………（8 分）

因此 $g(x)>g(0)=1>0$，即 $e^x-\dfrac{1}{2}x^2>0$，所以 $\forall x>0$，$\dfrac{1}{2}x^2<e^x$，……………………（9 分）

则 $\forall x>0$，$x\ln x<\dfrac{1}{2}x^2<e^x$，故 $a=0$ 时，$f(x)<e^x$. ……………………………（10 分）

(3) $\forall x\in(0,+\infty)$，不等式 $f(x)\geqslant x+2\sin(x-1)$ 恒成立，

设 $\varphi(x)=f(x)-x-2\sin(x-1)=x\ln x+ax^2-x-2\sin(x-1)$，则 $\varphi(x)\geqslant0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，

由 $\varphi(1)\geqslant0$ 得，$a\geqslant1$. ……………………………………………………（12 分）

下面证明当 $a\geqslant1$ 时，$\varphi(x)\geqslant0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立.

当 $a\geqslant1$ 时，$\varphi(x)\geqslant x\ln x+x^2-x-2\sin(x-1)$，……………………………………（13 分）

令 $m(x)=x\ln x+x^2-x-2\sin(x-1)$，则 $m'(x)=2x+\ln x-2\cos(x-1)$，

当 $x\in(0,1)$ 时，$u(x)=m'(x)=2x+\ln x-2\cos(x-1)$，则 $u'(x)=2+\dfrac{1}{x}+2\sin(x-1)>0$，

所以 $u(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，所以 $u(x)=m'(x)<u(1)=0$，所以 $m(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减；

所以 $m(x)\geqslant m(1)=0$ 成立，即 $\varphi(x)\geqslant0$ 在 $(0,1)$ 上恒成立. …………………………（15 分）

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，因为 $2x\geqslant2$，$-2\cos(x-1)\geqslant-2$，$\ln x\geqslant0$，所以 $m'(x)=2x+\ln x-2\cos(x-1)\geqslant0$，

所以 $m(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，则 $m(x)\geqslant m(1)=0$，即 $\varphi(x)\geqslant0$ 在 $[1,+\infty)$ 上恒成立；…………（16 分）

综上可知，若 $\forall x\in(0,+\infty)$，不等式 $f(x)\geqslant x+2\sin(x-1)$ 恒成立，则实数 a 的取值范围为 $[1,+\infty)$. ……（17 分）