

炎德·英才·名校联考联合体 2026 届高三第一次联考 (暨入学检测)

数 学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. (★) 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | -3 < x \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$

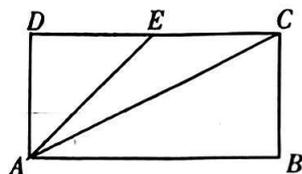
A. $\{-2, -1\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{-2, -1, 0\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. 设 i 为虚数单位, 则 $|3 - 2i| =$

A. 2 B. 3 C. $\sqrt{13}$ D. 5

3. (★) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 为 CD 的中点, 那么向量 $\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AD} =$

A. \vec{AE} B. \vec{AC}
C. \vec{DC} D. \vec{AB}



4. 已知 $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{6}}{6}$, 则 $\cos \theta =$

A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

5. (★) 已知某一随机变量 X 的概率分布如下, 且 $E(X) = 6.9$, 则 a 的值为

X	4	a	9
P	m	0.2	0.5

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

6. 若双曲线 C_1 与 C_2 关于直线 $y = x$ 对称, 且 C_1 的离心率 e_1 与 C_2 的离心率 e_2 之积为常数 $m (m > 1)$, 则称 C_1 与 C_2 互为 m 型双曲线. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 则 E 的 3 型双曲线的渐近线为

- A. $y = \pm 2x$ B. $y = \pm \sqrt{2}x$
C. $y = \pm x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$

7. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b \sin C = \sqrt{3} c \cos B, a - c = 1$, 且边 b 上的高为 1, 则 $b =$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. 1 C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

8. 已知函数 $f(x) = \log_2(|x-1|+2) + e^{x^2-2x}$, 设 $a = f(\ln 2), b = f(e-1), c = f(\ln 3-1)$, 则

- A. $c < b < a$ B. $c < a < b$
C. $a < b < c$ D. $a < c < b$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分。

9. 设抛物线 $C: y^2 = 2px$ 的焦点为 $F(\frac{1}{2}, 0)$, 若直线 $l: 2x - y - 1 = 0$ 与 C 交于 A, B 两点, 其中 A 为第一象限内的点, l 与 C 的准线交于点 D , 则

- A. $p = 1$ B. $D(-1, -3)$
C. $|AB| = \frac{5}{2}$ D. $|BD| > \sqrt{5}$

10. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4 a_6 = 2a_8, a_5 = \frac{1}{4}$, 则

- A. $a_2 = 1$
B. $a_n = 2^{3-n}$
C. 数列 $\left\{ \frac{1}{a_n a_{n+1}} \right\}$ 是以 4 为公比的等比数列
D. 数列 $\left\{ \frac{1}{a_n a_{n+1}} \right\}$ 的前 n 项和为 $\frac{4^n - 1}{24}$

11. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f\{f[f(x+y)]\} - f(x)f(y) = -xy, f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}, f(1) = 0$, 则

- A. $f(0) = 1$
B. $f(-2) = 3$
C. 函数 $f(1-x)$ 为偶函数
D. 函数 $f(1-x^3)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. 曲线 $y = e^x$ 在点 $(1, e)$ 处的切线方程为 _____.

13. 已知圆柱的底面直径与球的半径均为 2, 且圆柱的侧面积与球的表面积相等, 则圆柱的母线长为 _____.

14. 已知函数 $f(x) = 7 \cos(\omega x + \frac{\pi}{5}) (\omega > 0)$ 仅存在一个极值点和两个零点在区间 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ 内, 则实数 ω 的取值范围为 _____.

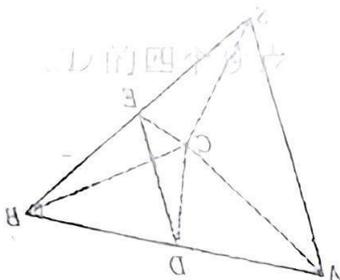
四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,已知 $a_4=8, S_4=20$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)求数列 $\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$ 的前 n 项和.



(1) 证: $AC \perp BE$

(2) 证: SC 垂直于平面 ECD

(3) 证: $E-CD$ 的二面角

16. (15 分)

某药厂质监部门随机从甲、乙生产线生产的同一种药品中分别抽取 50 个样本进行检测,根据检测指标,将这种药品分为“一级品”和“二级品”两个级别,统计结果如下表:

级别	生产线		合计
	甲	乙	
一级品	35	30	65
二级品	15	20	35
合计	50	50	100

(1)根据小概率值 $\alpha=0.050$ 的独立性检验,分析这种药品的级别是否与生产线有关?

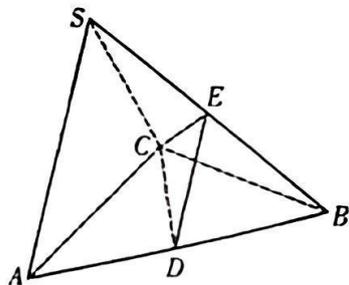
(2)视频率为概率,现将甲、乙生产线生产的这种药品件数按 3:4 的比例混放一起,从混合药品中随机抽取一件药品,若取到的药品是二级品,求它是取自乙生产线的产品的概率.

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

$P(\chi^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.005
k	3.841	6.635	7.879

17. (★)(15分)

如图,在三棱锥 $S-ABC$ 中,底面 ABC 是正三角形, $AB=4$, $SA=SC=2\sqrt{3}$,侧面 $SAC \perp$ 底面 ABC , D, E 分别为 AB, SB 的中点.



- (1) 求证: $AC \perp SB$;
- (2) 求直线 SC 与平面 ECD 所成角的正弦值;
- (3) 求二面角 $E-CD-B$ 的余弦值.

18. (17 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的长轴长为短轴长的 $\sqrt{2}$ 倍, 焦距为 4.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若坐标原点为 O , 平行四边形 $ABCD$ 的四个顶点 A, B, C, D 均在椭圆 C 上, 且圆 $O: x^2 + y^2 = \frac{8}{3}$ 内切于四边形 $ABCD$.

(i) 证明: 四边形 $ABCD$ 为菱形;

(ii) 求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.

19. (17 分)

已知函数 $f(x) = x(\ln x + ax)$.

(1) 当 $a = -\frac{1}{2}$ 时, 求 $y = \frac{f(x)}{x}$ 的最大值;

(2) 当 $a = 0$ 时, 证明: $f(x) < e^x$;

(3) 若 $\forall x \in (0, +\infty)$, 不等式 $f(x) \geq x + 2\sin(x-1)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.