

成都七中高 2026 届零诊模拟考试数学试题

时间: 120 分钟 满分: 150 分

一、单项选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设 A, B 为两个随机事件, 则下列等式一定成立的是

- (A) $P(A+B)=P(A)+P(B)$ (B) $P(AB)=P(A)P(B)$
(C) $P(B|A)=P(B)$ (D) $P(B|A)+P(\bar{B}|A)=1$

2. 点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ 函数 $f(x)=e^x$ 图像上三点, $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 若 x_1, x_2, x_3 成等差数列, 则 $f'(x_1), f'(x_2), f'(x_3)$ 满足

- (A) 成等差数列 (B) 成等比数列 (C) $f'(x_1)+f'(x_2)=f'(x_3)$ (D) $f'(x_1) \cdot f'(x_2)=f'(x_3)$

3. 某校高二年级 1000 名学生参加体能测试, 经统计分析, 成绩近似服从正态分布 $N(80, \sigma^2)$, 已知成绩低于 70 分的人数有 100 人, 则成绩在 $[70, 90]$ 的人数大约有

- (A) 800 (B) 600 (C) 400 (D) 200

4. 数列 $\{a_n\}$ 是公差为零的等差数列, 其中 a_2, a_5, a_{10} 是等比数列 $\{b_n\}$ 的连续三项, 则数列 $\{b_n\}$ 的公比等于

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{5}{3}$ (D) 2

5. 已知双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的上下焦点分别为 F_1, F_2 , 抛物线 $E: x^2 = 4y$ 与双曲线 C 有相同的焦点, 点 P 为抛物线 E 与双曲线 C 在第一象限内的交点, 直线 PF_2 与抛物线 E 相切, 则 C 的离心率为

- (A) $\sqrt{2}+1$ (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $\sqrt{2}+2$

6. 函数 $f(x)=x^3-3ax-2$ 恰有一个零点, 则实数 a 的取值范围是

- (A) $(0, 1)$ (B) $(-\infty, 0]$ (C) $(-\infty, 1)$ (D) $(-\infty, 1]$

7. 用数字 0, 1, 2 组成一个五位数, 每个数字至少出现一次, 则能被 3 整除的五位数有

- (A) 8 个 (B) 16 个 (C) 24 个 (D) 32 个

8. 某汽车 4S 店从甲乙丙三个车企分别采购同一款智能汽车 500, 400, 100 辆进行销售, 甲乙丙三个车企生产的该智能汽车的智驾故障率分别为 2%, 3%, 5%, 某消费者从该 4S 店购买了一台此款智能汽车, 在智驾过程中突然出现故障, 则根据概率计算出甲乙丙三个车企应承担的责任比为

- (A) 2: 3: 5 (B) 10: 12: 5 (C) 5: 12: 10 (D) 5: 4: 1

二、多项选择题：本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对得 6 分，部分选对得部分分，有选错得 0 分.

9. 已知随机变量 X 的分布列如下表：

X	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{16}$	p_1	$\frac{1}{4}$	p_2	$\frac{3}{16}$

其中 $\frac{1}{16}, p_1, \frac{1}{4}$ 成等比数列，则下列结论正确的是

- (A) $p_1, \frac{1}{4}, p_2$ 成等差数列 (B) $p_1 = \pm \frac{1}{8}$ (C) $P(2 < X < 5) = \frac{15}{16}$ (D) $E(X) = \frac{7}{2}$

10. 当 $x \in [0, 1]$ 时，直线 $y = ax + b$ 与曲线 $y = e^x$ 有交点，则 $a^2 + b^2$ 的值可以是

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) 2 (D) e

11. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4x - (4x+1)\ln x$ ，则下列叙述正确的是

- (A) $f(x)$ 有四个单调区间
(B) $f(x)$ 存在最小值
(C) $f(x)$ 有三个极值点，从小到大依次为 a, b, c ，则 a, b, c 成等差数列
(D) $f(x)$ 有三个极值点，从小到大依次为 a, b, c ，则 a, b, c 成等比数列

三、填空题：本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分. 把答案填在答题卡上.

12. 设随机变量 $X \sim B(9, \frac{1}{3})$ ，则 $D(X) =$ _____.

13. 若 $(1-2x)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$ ，则 a_1, a_3 的等差中项为_____.

14. 在三棱锥 $D-ABC$ 中， $\triangle ABD$ 与 $\triangle ABC$ 均为边长为 2 的正三角形，平面 $ABD \perp$ 平面 ABC ， M 是平面 ABC 内一动点， M 到点 C 的距离等于到平面 ABD 的距离， N 是平面 ABD 内一动点， $NA + NB = 2\sqrt{2}$ ，且 $MN \perp AB$ ，则三棱锥 $N-ABM$ 体积的最大值为_____.

四、解答题：本大题共 5 小题，其中 15 题 13 分，16—17 题 15 分，18—19 题 17 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

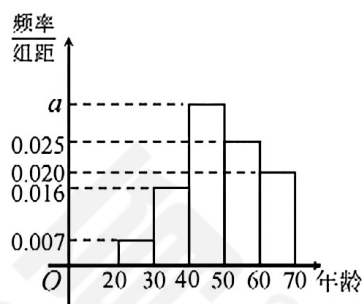
15. 已知数列 $\{a_n\}$ ， $a_1 = 16$ ， $a_n = 4a_{n-1} + 3 \cdot 4^n, (n \geq 2)$.

- (I) 令 $b_n = \frac{a_n}{4^n}$ ，证明数列 $\{b_n\}$ 是等差数列，并求出通项公式；
(II) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

16. 某保险公司给年龄在 20~70 岁的民众提供某种疾病的医疗保险, 现从 10000 名参保人员中随机抽取 100 名进行分析, 这 100 个样本按年龄段 $[20,30)$, $[30,40)$, $[40,50)$, $[50,60)$, $[60,70]$ 分成了五组, 其频率分布直方图如下图所示, 每人每年应缴纳的保费 (单位: 元) 与参保年龄有关, 年龄在 $[10(n+1), 10(n+2))$, $(n \in \mathbb{N}^*, 1 \leq n \leq 5)$ 内所缴保费记为 a_n , 数列 $\{a_n\}$ 是公差为 30 的等差数列, 前 n 项和为 S_n , $S_5 = 450$.

(I) 根据样本估计总体, 求保险公司这一年的保费收入;

(II) 经调查, 年龄在 $[60,70]$ 之间的老人每 50 人中有 1 人患该项疾病 (以此频率作为概率). 该病的治疗费为 12000 元, 如果参保, 保险公司补贴治疗费 10000 元. 某老人年龄 65 岁, 若购买该项保险, 针对此疾病所支付的费用为 X 元; 若没有购买该保险, 针对此疾病所支付的费用为 Y 元. 试比较 X 和 Y 的期望值大小, 并判断该老人购买此项保险是否划算?

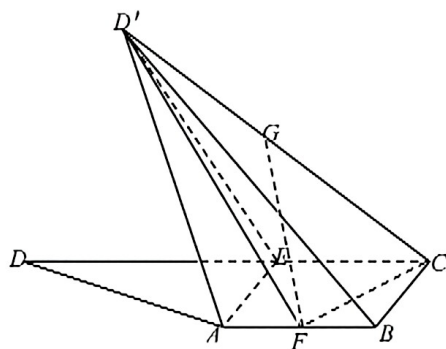


17. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle BCD = 90^\circ$, $AB = BC = \frac{1}{3}CD = 1$, 点 E 在 CD 上, $DE = 2CE$, 将 $\triangle AED$ 沿 AE 翻折至 $\triangle AED'$, 使 $BD' = 2\sqrt{2}$, 点 F , G 分别是 AB 与 CD' 的中点.

(I) 证明: $FG \parallel$ 平面 AED' ;

(II) 求四棱锥 $D'-ABCE$ 的体积;

(III) 求平面 AED' 与平面 CFD' 夹角的余弦值.



18. 在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $A(2, 0)$, 直线 l 与椭圆相交于不同于 A 点的 P, Q 两点, 当直线 l 过坐标原点 O 时, 直线 AP, AQ 的斜率乘积为 $-\frac{1}{4}$.

(I) 求椭圆的方程;

(II) 直线 AP, AQ 分别与直线 $x=3$ 相交于 E, F 两点, 线段 EF 的中点为 M .

①若直线 l 过坐标原点, 记 OM 的斜率为 k_1 , 直线 l 的斜率为 k_2 , 证明 $k_1 \cdot k_2$ 为定值;

②若 $\overrightarrow{OE} \cdot \overrightarrow{OF} = 8$, 判断直线 l 是否过定点, 若是, 求出该定点, 若不是, 说明理由.

19. 已知函数 $f(x) = a(x - \frac{1}{x})$, $g(x) = \ln x$.

(I) 令函数 $F(x) = f(x) - g(x)$,

①若函数 $F(x)$ 无极值, 求实数 a 的取值范围;

②讨论函数 $F(x)$ 的单调性;

(II) 记 $a_n = (g(\frac{n+1}{n}))^2$, 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 证明 $S_n < \frac{n}{n+1}$.