成都七中高 2027届高一下学期期末数学考试题

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的）

1. $\cos^2 60° - \sin^2 60° =$（　　）

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　**B.** $-\dfrac{1}{2}$　　**C.** $\dfrac{1}{2}$　　**D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2. 复数 $z = 2 + \mathrm{i}$，它的共轭复数 $\bar{z}$ 对应的点位于第几象限（　　）

A. 第一象限　　**B.** 第二象限　　**C.** 第三象限　　**D.** 第四象限

3. 已知 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 为空间中不重合的直线，$\boldsymbol{\alpha}$，$\boldsymbol{\beta}$，$\boldsymbol{\gamma}$为空间中不重合的平面，则下列说法正确的是（　　）

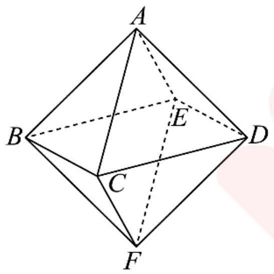
A. 若 $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{\gamma}$，$\boldsymbol{b} \perp \boldsymbol{\gamma}$，则 $\boldsymbol{a} // \boldsymbol{b}$　　**B.** 若 $\boldsymbol{a} // \boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b} \subset \boldsymbol{\alpha}$，则 $\boldsymbol{a} // \boldsymbol{\alpha}$

C. 若$\boldsymbol{\alpha} \perp \boldsymbol{\gamma}$，$\boldsymbol{\beta} \perp \boldsymbol{\gamma}$，则$\boldsymbol{\alpha} \perp \boldsymbol{\beta}$　　**D.** 若 $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b} \subset \boldsymbol{\alpha}$，则 $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{\alpha}$

4. 已知向量$\boldsymbol{a} = \left(1, \sqrt{3}\right)$，$\boldsymbol{b} = \left(2, 0\right)$，则$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$上的投影向量为（　　）

A. $\left(1, 0\right)$　　**B.** $\left(\sqrt{3}, 0\right)$　　**C.** $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$　　**D.** $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$

5. 如图，正八面体（所有面都是等边三角形）中异面直线 AB 与 CF 所成角的正弦值为（　　）



A. $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$　　**B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　**C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　**D.** 1

6.某商场组织了一次幸运抽奖活动，袋中装有标号分别为 1~8 的 8 个大小形状相同的小球，现抽奖者从中抽取 1 个小球.假 设：事件 A“取出的小球编号为奇数”，事件 B“取出的小球编号为偶数”，事件 C“取出的小球编号小于 6”，事件 D“取出的小球编号大于 6”，则下列结论错误的是（　　）

A. A 与 B 互斥　　**B.** A 与 B 互为对立事件

C. C 与 D 互为对立事件　　**D.** B 与 D 相互独立

7.为调查某地区中学生每天睡眠时间，采用样本量比例分配的分层随机抽样，现抽取初中生 800 人，其每天睡眠时间均值为 9 小时，方差为 1，抽取高中生 1200 人，其每天睡眠时间均值为 8 小时，方差为 0.5，则估计该地区中学生每天睡眠时间的方差为（　　）

A. 0.96　　**B.** 0.94　　**C.** 0.79　　**D.** 0.75

8. 在锐角ΔABC中，角 ***A***，***B***，***C*** 的对边分别为 ***a***，***b***，***c***，$\sin(A-C)=\cos B\tan C$，则$\dfrac{a}{b}$的取值范围为（　　）

A. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{2}\right)$　　**B.** $\left(\dfrac{1}{2},2\right)$　　**C.** $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{4},2\sqrt{2}\right)$　　**D.** $\left(\dfrac{1}{4},4\right)$

二、选择题（本大题共 **3** 小题，每小题 **6** 分，共 **18** 分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 **6** 分，部分选对的得部分分，有选错的得 **0** 分）

9. 已知i为虚数单位，则下列结论错误的是（　　）

A. $\mathrm{i}+\mathrm{i}^3+\mathrm{i}^5+\mathrm{i}^7$是纯虚数

B. 若$z(1+\mathrm{i})=2$，则z是方程$x^2-x+1=0$的一个复数根

C. 若复数z满足$1<|z|<2$，则复数z在复平面内对应的点所构成的图形面积为π

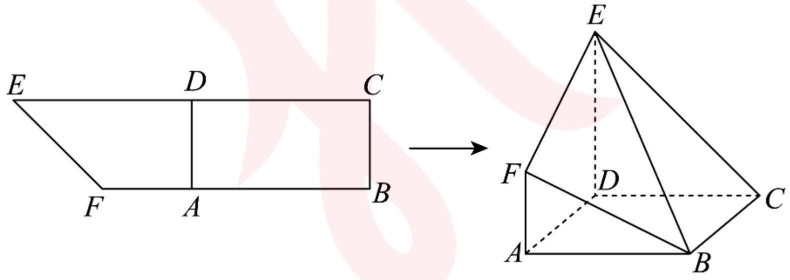
D. 若$z\in \mathrm{C}$，则$|z^2|=|z|^2$

10. 已知点 $\boldsymbol{O}$ 是平面直角坐标系的原点，点 $\boldsymbol{A}$ 的坐标为$(\boldsymbol{3},\boldsymbol{2})$，点 $\boldsymbol{B}$ 的坐标为$(-\boldsymbol{1},\boldsymbol{3})$，若点 $\boldsymbol{C}$ 满足$\overrightarrow{\boldsymbol{AC}}=\boldsymbol{2}\,\overrightarrow{\boldsymbol{CB}}$，$\boldsymbol{BD}\perp\boldsymbol{OA}$，垂足为 $\boldsymbol{D}$，则（　　）

A. $|\boldsymbol{AB}|=\sqrt{\boldsymbol{17}}$　　**B.** 点 $\boldsymbol{C}$ 的坐标为$(\frac{\boldsymbol{5}}{\boldsymbol{3}},\frac{\boldsymbol{7}}{\boldsymbol{3}})$

C. $\triangle\,\boldsymbol{OAB}$的面积为$\frac{\boldsymbol{11}}{\boldsymbol{2}}$　　**D.** $\overrightarrow{\boldsymbol{OD}}=(\frac{\boldsymbol{9}}{\boldsymbol{13}},\frac{\boldsymbol{6}}{\boldsymbol{13}})$

11. 如图所示，在直角梯形$BCEF$中，$\angle CBF=\angle BCE=90^\circ$，A，$D$分别是$BF$，$CE$上　点，且$AD//BC$，$AB=ED=2BC=2AF=2$，将四边形$ADEF$沿$AD$向上折起，连接$BE$，$BF$，$CE$.在折起的过程中，下列结论正确的是（　　）



A. $AC//$平面BEF　　**B.** BE与AD所成的角先变大后变小

C. 几何体$EFABCD$体积有最大值$\dfrac{5}{3}$　　**D.** 平面BCE与平面BEF不可能垂直

三、填空题（本大题共 **3** 小题，每小题 **5** 分，共 **15** 分）

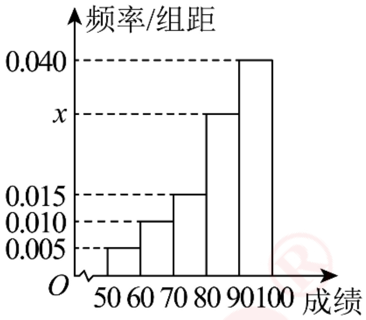
12. 已知圆锥高为3m，侧面积是底面积的2倍，则该圆锥的母线长为________m.

13. 已知函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)$（$\omega\in N^*$），若 $f(x)$ 在$\left(0,\pi\right)$上有且仅有3个零点，则正整数ω的取值为________.

14. 现有甲，乙，丙，丁四支球队进行单循环比赛，即每两支球队在比赛中都要相遇且仅相遇一次，共比赛 6 场．若每场比赛中每队胜、平、负的概率都为$\dfrac{1}{3}$，则在比赛结束时，甲队胜 **2** 场且乙队胜 **2** 场的概率为________.

四、解答题（本大题共 **5** 小题，其中 15 题 13 分，16 题与 17 题均为 15 分，18 题与 19 题均为 17 分，共 **77** 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

15. 某校举办了历史知识竞赛，从中随机抽取部分参赛选手，统计成绩后对统计数据整理得到如图所示的频率分布直方图.



（**1**）试估计全校参赛者成绩的第 **40** 百分位数（精确到 0.1）和平均数（单位：分）;

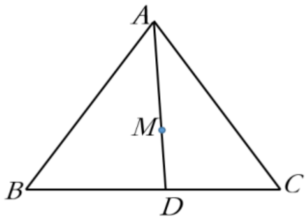
（**2**）若用按比例分配的分层随机抽样的方法从$[50,60)$，$[60,70)$，$[70,80)$三层中抽取一个容量为 **6** 的样本，再从这 **6** 人中随机抽取两人.求抽取的两人都及格（大于等于 **60** 分为及格）的概率.

16. 已知向量$\boldsymbol{m}=\left(\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+x\right),\sqrt{3}\sin x\right)$，$\boldsymbol{n}=\left(\sin\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right),\cos x\right)$，设函数 $f\left(x\right)=\boldsymbol{m}\bullet\boldsymbol{n}$.

（**1**）化简 $f\left(x\right)$的解析式，并写出 $f\left(x\right)$的最小正周期;

（**2**）若 $f\left(\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{\alpha}{2}\right)=-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，且$\dfrac{5\pi}{6}<\alpha<\pi$，求$\sin\alpha$的值.

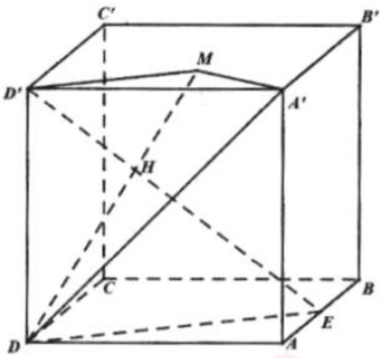
17. 已知△ABC内角A，B，C的对边分别为a，b，c，点M是△ABC的内心，若$a=2$，$\sqrt{3}b\cos A=a\sin B$.



(1)求角A;

(2)延长AM交BC于点D，若$AD=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，求△ABC的周长.

18. （本题需使用综合几何法，利用空间向量法不得分.）如图，在正方体$ABCD-A'B'C'D'$中，$AB=2$，点E为棱AB上的动点(不含端点)，点H为$D'E$上一点，直线DH交平面$A'B'C'D'$于点M.

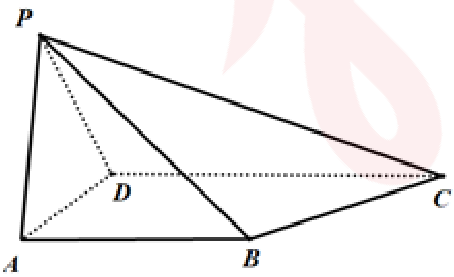


(1)求证$D'M//$平面$A'DE$;

(2)若$D'E\perp DH$，(ⅰ)求证$D'E\perp$平面$A'MD$;

(ⅱ)当AE为何值时，直线$A'H$与平面$D'DE$所成角的正弦值为$\frac{3}{5}$.

19. （本题需使用综合几何法，利用空间向量法不得分.）
如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$AD\perp CD$，$AD\perp AB$，$\angle BCD=45°$，$AD=1$，$BC=\sqrt{2}$，$PD\perp AD$.
现设$PD=t$，$CD=4-t$，其中$0<t<3$.



（1）求证：平面$PCD\perp$平面$ABCD$;
（2）若$PC=3$，求二面角P-AD-B的余弦的取值范围;
（3）当$\angle PDC=120°$时，求三棱锥$P-BCD$的外接球体积的最小值.