

# 2025 年普通高等学校招生全国统一考试(天津卷)

## 数学

**★祝大家学习生活愉快★**

**注意事项:**

1. 答卷前, 考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号, 试室号, 座位号填写在答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型和考生号填涂在答题卡相应位置上。
2. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应的题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再填涂其他答案。答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新的答案, 不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。关注高三答案公众号获取最新试题

**一、单选题: 每小题给出的四个选项中, 每小题只有一个选项符合要求**

1. 集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{1, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 5\}$ , 则  $C_U(A \cup B) =$  ( )

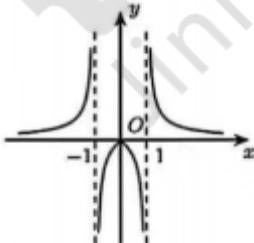
- A.  $\{1, 2, 3, 4\}$       B.  $\{2, 3, 4\}$       C.  $\{2, 4\}$       D.  $\{1\}$

2. “ $x = 0$ ”是“ $\sin 2x = 0$ ”的 ( )

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件      C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

3. 已知函数  $y = f(x)$  的图像如下, 则  $f(x)$  的解析式可能为 ( )

- A.  $f(x) = \frac{x}{1-|x|}$       B.  $f(x) = \frac{x}{|x|-1}$       C.  $f(x) = \frac{|x|}{1-x^2}$       D.  $f(x) = \frac{|x|}{x^2-1}$



4. 暂无

5. 下列说法错误的是 ( )

- A.  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 若  $P(X \leq \mu - \sigma) = P(X \geq \mu + \sigma)$   
 B.  $X \sim N(1, 2^2)$ ,  $Y \sim N(2, 2^2)$ , 则  $P(X < 1) < P(Y < 2)$   
 C.  $|r|$  越接近于 1, 线性相关程度越强  
 D.  $|r|$  越接近于 0, 线性相关程度越弱

6.  $S_n = -n^2 + 8n$ . 则  $|a_n|$  前 12 项和 ( )

7.  $f(x) = 0.3^x - \sqrt{x}$  的零点在 ( )

- A.  $(0, 0.3)$       B.  $(0.3, 0.5)$       C.  $(0.5, 1)$       D.  $(1, 2)$

8.  $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, -\pi < \varphi < \pi$ ), 在  $[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{12}]$  上单调递增, 且  $x = \frac{\pi}{12}$  为它的一条对称轴,  $(\frac{\pi}{3}, 0)$  是它的一个对称中心, 当  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  时,  $f(x)$  的最小值为 ( )
- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C. 1      D. 0
9. 双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 以右焦点  $F_2$  为焦点的抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 与双曲线在第一象限的交点为  $P$ , 若  $|PF_1| + |PF_2| = 3|F_1F_2|$ , 则双曲线的离心率  $e =$  ( )
- A. 2      B. 5      C.  $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

## 二、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分

10. 已知  $i$  是虚数单位, 则  $\left| \frac{3+i}{i} \right| =$  \_\_\_\_\_.
11. 在  $(x-1)^6$  的展开式中,  $x^3$  项的系数为 \_\_\_\_\_.
12.  $l_1: x-y+6=0$  与  $x$  轴交于点  $A$ , 与  $y$  轴交于点  $B$ , 与圆  $(x+1)^2 + (y-3)^2 = r^2$  交于  $C, D$  两点,  $|AB| = 3|CD|$ , 则  $r =$  \_\_\_\_\_.
13. 小桐操场跑圈, 一周 2 次, 一次 5 圈或 6 圈. 第一次跑 5 圈或 6 圈的概率均为 0.5, 若第一次跑 5 圈, 则第二次跑 5 圈的概率为 0.4, 6 圈的概率为 0.6; 若第一次跑 6 圈, 则第二次跑 5 圈的概率为 0.6, 4 圈子的概率为 0.4. 小桐一周跑 11 圈的概率为 \_\_\_\_\_; 若一周至少跑 11 圈为动量达标, 则连结跑 4 财, 记合格周数为  $X$ , 则期望  $E(X) =$  \_\_\_\_\_.
14.  $\Delta ABC$  中,  $D$  为  $AB$  边中点,  $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AC} = b$ , 则  $\overrightarrow{AE} =$  \_\_\_\_\_; 若  $|\overrightarrow{AE}| = 5, AE \perp CB$ , 则  $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{CD} =$  \_\_\_\_\_.
15. 若  $a, b \in \mathbb{R}$ , 对  $\forall x \in [-2, 2]$ , 均有  $(2a+b)x^2 + bx - a - 1 \leq 0$  恒成立, 则  $2a+b$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题: 本题共 5 小题, 共 75 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

16. (14 分)

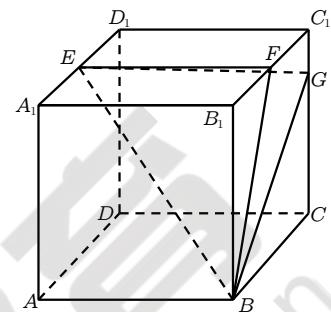
在  $\Delta ABC$  中,  $a \sin B = \sqrt{3} b \cos A, c - 2b = 1, a = \sqrt{7}$ .

- (1) 求角  $A$ ;
- (2) 求边  $c$ ;
- (3) 求  $\sin(A+2B)$ .

17. (15分)

正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 4,  $E, F$  分别为  $A_1, D_1, C_1B_1$  中点,  $CG = 3C_1G$ .

- (1) 求证:  $GF \perp$  平面  $EBF$ ;
- (2) 求平面  $EBF$  与平面  $EBG$  夹角的余弦值;
- (3) 求三棱锥  $D - BEF$  的体积.



18. (15分)

已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左焦点为  $F$ , 右顶点为  $A$ ,  $P$  为  $x = a$  上一点, 且直线  $PF$  的斜率为  $\frac{1}{3}$ ,  $\Delta PFA$  的面积为  $\frac{3}{2}$ , 离心率为  $\frac{1}{2}$ .

- (1) 求椭圆的方程;
- (2) 过点  $P$  的直线与椭圆有唯一交点  $B$  (异于点  $A$ ), 求证:  $PF$  平分  $\angle AFB$ .

19. (15 分)

$\{a_n\}$  是等差数列,  $\{b_n\}$  是等比数列,  $a_1 = b_1 = 2, a_2 = b_2 + 1, a_3 = b_3$ .

(1) 求  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的通项公式;

(2)  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  有  $T_n = \{p_1 a_1 b_1 + p_2 a_2 b_2 + \dots + p_n a_n b_n | p_1, p_2, \dots, p_n \in I\}, I = \{0, 1\}$ .

(i) 求证:  $\forall t \in T_n$ , 均有  $t < a_{n+1} b_{n+1}$ ;

(ii) 求  $T_n$  所有元素之和.

20. (16 分)

已知函数  $f(x) = ax - (\ln x)^2$ .

(1)  $a = 1$  时, 求  $f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(2)  $f(x)$  有 3 个零点  $x_1, x_2, x_3$ , 且  $(x_1 < x_2 < x_3)$ .

(i) 求  $a$  的取值范围;

(ii) 证明:  $(\ln x_2 - \ln x_1) \cdot \ln x_3 < \frac{4e}{e-1}$ .