

2025 年普通高等学校招生全国统一考试(天津卷)

数学

★祝大家学习生活愉快★

注意事项：

1. 答卷前,考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号,试室号,座位号填写在答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型和考生号填涂在答题卡相应位置上。

2. 选择题每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应的题目选项的答案信息点涂黑;如需改动,用橡皮擦干净后,再填涂其他答案。答案不能答在试卷上。

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答,答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上;如需改动,先划掉原来的答案,然后再写上新的答案,不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。关注高三答案公众号获取最新试题

一、单选题:每小题给出的四个选项中,每小题只有一个选项符合要求

1. 集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, 则 $C_U(A \cup B) =$ ()

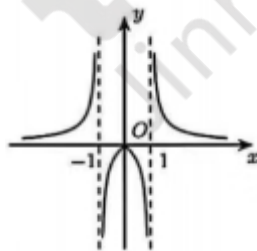
- A. $\{1, 2, 3, 4\}$ B. $\{2, 3, 4\}$ C. $\{2, 4\}$ D. $\{1\}$

2. “ $x = 0$ ”是“ $\sin 2x = 0$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 已知函数 $y = f(x)$ 的图像如下, 则 $f(x)$ 的解析式可能为 ()

- A. $f(x) = \frac{x}{1-|x|}$ B. $f(x) = \frac{x}{|x|-1}$ C. $f(x) = \frac{|x|}{1-x^2}$ D. $f(x) = \frac{|x|}{x^2-1}$



4. 暂无

5. 下列说法错误的是 ()

- A. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 若 $P(X \leq \mu - \sigma) = P(X \geq \mu + \sigma)$
 B. $X \sim N(1, 2^2)$, $Y \sim N(2, 2^2)$, 则 $P(X < 1) < P(Y < 2)$
 C. $|r|$ 越接近于 1, 线性相关程度越强
 D. $|r|$ 越接近于 0, 线性相关程度越弱

6. $S_n = -n^2 + 8n$. 则 $|a_n|$ 前 12 项和 ()

7. $f(x) = 0.3^x - \sqrt{x}$ 的零点在 ()

- A. $(0, 0.3)$ B. $(0.3, 0.5)$ C. $(0.5, 1)$ D. $(1, 2)$

8. $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, -\pi < \varphi < \pi$), 在 $[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{12}]$ 上单调递增, 且 $x = \frac{\pi}{12}$ 为它的一条对称轴, $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 是它的一个对称中心, 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, $f(x)$ 的最小值为 ()
- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. 0
9. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 以右焦点 F_2 为焦点的抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 与双曲线在第一象限的交点为 P , 若 $|PF_1| + |PF_2| = 3|F_1F_2|$, 则双曲线的离心率 $e =$ ()
- A. 2 B. 5 C. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

二、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分

10. 已知 i 是虚数单位, 则 $|\frac{3+i}{i}| =$ _____.
11. 在 $(x-1)^6$ 的展开式中, x^3 项的系数为 _____.
12. $l_1: x-y+6=0$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 与圆 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = r^2$ 交于 C, D 两点, $|AB| = 3|CD|$, 则 $r =$ _____.
13. 小桐操场跑圈, 一周 2 次, 一次 5 圈或 6 圈. 第一次跑 5 圈或 6 圈的概率均为 0.5, 若第一次跑 5 圈, 则第二次跑 5 圈的概率为 0.4, 6 圈的概率为 0.6; 若第一次跑 6 圈, 则第二次跑 5 圈的概率为 0.6, 4 圈子的概率为 0.4. 小桐一周跑 11 圈的概率为 _____; 若一周至少跑 11 圈为动量达标, 则连结跑 4 财, 记合格周数为 X , 则期望 $E(X) =$ _____.
14. $\triangle ABC$ 中, D 为 AB 边中点, $\vec{CE} = \frac{1}{3}\vec{CD}$, $\vec{AB} = a$, $\vec{AC} = b$, 则 $\vec{AE} =$ _____; 若 $|\vec{AE}| = 5$, $AE \perp CB$, 则 $\vec{AE} \cdot \vec{CD} =$ _____.
15. 若 $a, b \in \mathbb{R}$, 对 $\forall x \in [-2, 2]$, 均有 $(2a+b)x^2 + bx - a - 1 \leq 0$ 恒成立, 则 $2a+b$ 的最小值为 _____.

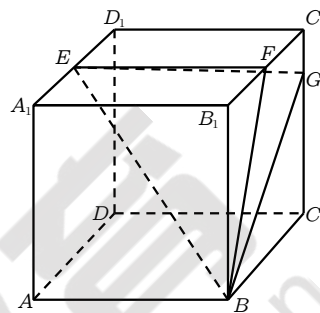
三、解答题: 本题共 5 小题, 共 75 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

16. (14 分)
- 在 $\triangle ABC$ 中, $a \sin B = \sqrt{3} b \cos A$, $c - 2b = 1$, $a = \sqrt{7}$.
- (1) 求角 A ;
- (2) 求边 c ;
- (3) 求 $\sin(A+2B)$.

17. (15分)

正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4, E, F 分别为 A_1D_1, C_1B_1 中点, $CG = 3C_1G$.

- (1) 求证: $GF \perp$ 平面 EBF ;
- (2) 求平面 EBF 与平面 EBG 夹角的余弦值;
- (3) 求三棱锥 $D - BEF$ 的体积.



18. (15分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F , 右顶点为 A , P 为 $x = a$ 上一点, 且直线 PF 的斜率为 $\frac{1}{3}$, $\triangle PFA$ 的面积为 $\frac{3}{2}$, 离心率为 $\frac{1}{2}$.

- (1) 求椭圆的方程;
- (2) 过点 P 的直线与椭圆有唯一交点 B (异于点 A), 求证: PF 平分 $\angle AFB$.

19. (15 分)

$\{a_n\}$ 是等差数列, $\{b_n\}$ 是等比数列, $a_1 = b_1 = 2, a_2 = b_2 + 1, a_3 = b_3$.

(1) 求 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

(2) $\forall n \in \mathbb{N}^*$ 有 $T_n = \{p_1 a_1 b_1 + p_2 a_2 b_2 + \cdots + p_n a_n b_n | p_1, p_2, \cdots, p_n \in I\}, I = \{0, 1\}$.

(i) 求证: $\forall t \in T_n$, 均有 $t < a_{n+1} b_{n+1}$;

(ii) 求 T_n 所有元之和.

20. (16 分)

已知函数 $f(x) = ax - (\ln x)^2$.

(1) $a = 1$ 时, 求 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) $f(x)$ 有 3 个零点 x_1, x_2, x_3 , 且 $(x_1 < x_2 < x_3)$.

(i) 求 a 的取值范围;

(ii) 证明: $(\ln x_2 - \ln x_1) \cdot \ln x_3 < \frac{4e}{e-1}$.