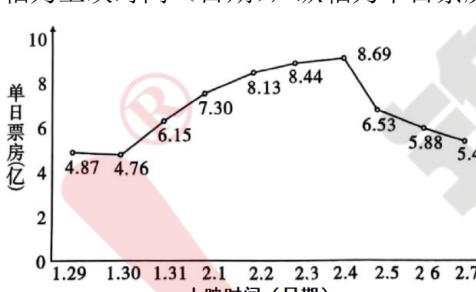


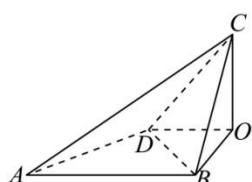
成都七中高 2025届高三热身试卷

一、单选题 (本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的).

1. 设 i 为虚数单位, 若 $zi = 2+i$, 则 $|z| = (\)$
 - A. 3
 - B. $\sqrt{5}$
 - C. 2
 - D. $\sqrt{3}$
2. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 4 \leq 0$, 则命题 p 的否定为 (\)
 - A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 4 \geq 0$
 - B. $\forall x \notin \mathbb{R}, x^2 - 2x + 4 \leq 0$
 - C. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 4 > 0$
 - D. $\exists x \notin \mathbb{R}, x^2 - 2x + 4 > 0$
3. 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2$, \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$, 则 $\vec{a} + \vec{b}$ 在 \vec{b} 上的投影向量为 (\)
 - A. $\frac{4+\sqrt{2}}{4} \vec{b}$
 - B. $\frac{4+\sqrt{2}}{2} \vec{b}$
 - C. $\frac{\sqrt{2}}{4} \vec{b}$
 - D. $\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{b}$
4. 2025 年春节档上映的动画电影《哪吒之魔童闹海》引发全民观影热潮. 某数据平台实时统计了该片上映前 10 天的全国单日票房 (单位: 亿元), 并生成如图所示的折线图. 假设横轴为上映时间 (日期), 纵轴为单日票房 (亿), 则下列说法正确的是 (\)


日期	单日票房 (亿)
1.29	4.87
1.30	4.76
1.31	6.15
2.1	7.30
2.2	8.13
2.3	8.44
2.4	8.69
2.5	6.53
2.6	5.88
2.7	5.44
- A. 前十日之后, 随着上映时间的增加, 单日票房一定会呈现下降趋势
- B. 上映前十天的票房极差为 4.76 (亿)
- C. 上映前十天的票房中位数为 6.34 (亿)
- D. 上映前十天的票房第 70 百分位数为 7.30 (亿)
5. 在平面直角坐标系 xOy 中, F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的焦点, 以 F_1F_2 为直径的圆与双曲线右支交于 A, B 两点. 若 ΔOAB 是正三角形, 则双曲线的离心率为 (\)
 - A. $\sqrt{2}$
 - B. $\sqrt{3}$
 - C. 2
 - D. $\sqrt{5}$
6. 函数 $f(x) = |2x-3| - 8 \sin \pi x (x \in \mathbb{R})$ 的所有零点之和为 (\)
 - A. 9
 - B. 10
 - C. 11
 - D. 12

7. 如图, 在四棱锥 $C-ABOD$ 中, $CO \perp$ 平面 $ABOD$, $AB \parallel OD$, $OB \perp OD$,



且 $AB = 2OD = 12$, $AD = 6\sqrt{2}$, 异面直线 CD 与 AB 所成角为 30° , 点 O , B , C , D 都在同一个球面上, 则该球的表面积为 ()

- A. 21π B. 42π C. 48π D. 84π

8. 已知关于 x 的不等式 $e^{ax} \geq x + b$ 对任意 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立, 则 $\frac{b}{a}$ 的最大值为 ()
- A. e B. $\frac{e}{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

二、多选题(本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分)

9. 将函数 $f(x) = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度所得图象对应的函数 $g(x)$, 下列有关函数 $g(x)$ 的说法正确的是 ()

- A. 图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{6}$ 对称 B. 图象关于 $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ 中心对称
 C. 在区间 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$ 上单调递增 D. 当 $x = \frac{\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ 时取得最大值

10. 已知抛物线 $y^2 = 2px$ 的焦点为 F , 且 $A(2, 2), B, C$ 三点都在抛物线上, 则下列说法正确的是 ()

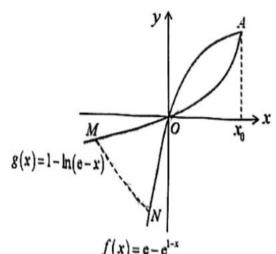
- A. 点 F 的坐标为 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$
 B. 若 $|BC| = 4$, 则线段 BC 的中点到 y 轴距离的最小值为 $\frac{5}{4}$
 C. 若直线 BC 过点 F , O 为坐标原点, 则 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = -\frac{3}{4}$
 D. 若直线 AB, AC 是圆 $(x-2)^2 + y^2 = 1$ 的两条切线, 则直线 BC 的方程为 $3x + 6y + 4 = 0$

11. 如图, “锦鲤曲线” Γ 由函数 $f(x) = e - e^{1-x} (x \leq x_0)$ 与 $g(x) = 1 - \ln(e - x) (x \leq x_0)$ 的部分图象组成, 其中 $x_0 > 0$. 下列说法正确的是 ()

- A. 曲线 Γ 上任意点 $P(a, b)$, 与 P 对应的点 $Q(b, a)$ 也在曲线 Γ 上
 B. 曲线 Γ 的“鱼尾”宽 $|MN|$ 的取值范围为 $[0, +\infty)$
 C. 曲线 Γ “鱼身” $|OA| = 3\sqrt{2}$
 D. 存在三条不同的直线 $x + y + m = 0 (m \in \mathbb{R})$ 被“锦鲤曲线” Γ 截得弦长为 1

三、填空题(本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.)

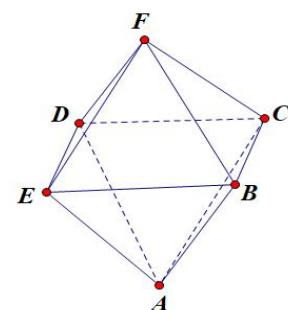
12. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_3 + a_5 = 9$, $a_2 + a_4 + a_6 = 15$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项的和等于 _____.



13. 已知角 α, β 满足 $\tan \alpha = 2 \tan \beta$, 若 $\sin(\alpha + \beta) = \frac{3}{5}$,

则 $\sin(\alpha - \beta)$ 的值是_____.

14. 在正八面体 $ABCDEF$ 中, 任取四个顶点, 则这四点共面的概率为_____; 任取两个面, 则所成二面角为钝角的概率为_____.



四、解答题(本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

15. (本小题满分 13 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b \cos A + a \cos B = 2c \cos A$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $a = 2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

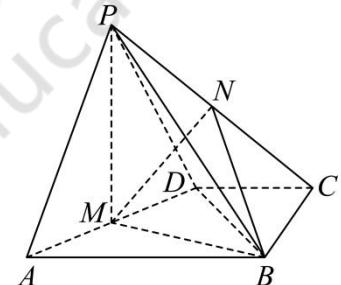
16. (本小题满分 15 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $CD \parallel AB$, $BC \perp AB$, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$,

$PA = PD$, M, N 分别是 AD, CP 的中点.

(1) 证明: $PM \perp BD$;

(2) 若 $PA = AD = AB = 2CD = 2$, 求直线 MN 与平面 PBC 所成角的正弦值.



17. (本小题满分 15 分)

某商城玩具柜台六一期间开展“开盲盒, 集玩偶”活动, 集齐所有玩偶就可以获赠节日礼物,

现柜台推出甲、乙两个系列盲盒, 每个甲系列盲盒可以开出玩偶 A_1, A_2, A_3 中的一个, 每

个乙系列盲盒可以开出玩偶 B_1, B_2 中的一个.

(1) 记事件 E_n : 一次性购买 n 个甲系列盲盒后集齐玩偶 A_1, A_2, A_3 玩偶; 事件 F_n : 一次性购买 n 个乙系列盲盒后集齐 B_1, B_2 玩偶; 求概率 $P(E_5)$ 及 $P(F_4)$;

(2) 某礼品店限量出售甲、乙两个系列的盲盒, 每个消费者每天只有一次购买机会, 且购买时, 只能选择其中一个系列的一个盲盒. 通过统计发现: 第一次购买盲盒的消费者购买甲系列的概率为 $\frac{2}{3}$, 购买乙系列的概率为 $\frac{1}{3}$; 而前一次购买甲系列的消费者下一次购买甲系列的概率为 $\frac{1}{4}$, 购买乙系列的概率为 $\frac{3}{4}$, 前一次购买乙系列的消费者下一次购买甲系列的概率为 $\frac{1}{2}$, 购买乙系列的概率为 $\frac{1}{2}$; 如此往复, 记某人第 n 次购买甲系列的概率为 Q_n .

- (i) 求 $\{Q_n\}$ 的通项公式;
- (ii) 若每天购买盲盒的人数约为 100, 且这 100 人都已购买过很多次这两个系列的盲盒, 试估计该礼品店每天应准备甲、乙两个系列的盲盒各多少个.

18. (本小题满分 17 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点, 以 F_1F_2 为直径的圆和椭圆 C 在第一象限的交点为 G , 若三角形 GF_1F_2 的面积为 1, 其内切圆的半径为 $2 - \sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若点 B 是椭圆 C 的上顶点, 过点 $P(2, 1)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 M, N 两点, 其中点 M 在第一象限, 点 N 在 x 轴下方且不在 y 轴上, 设直线 BM, BN 的斜率分别为 k_1, k_2

(i) 若 $k_1k_2 = \lambda(k_1 + k_2)$, 求出 λ 的值;

(ii) 设直线 BM 与 x 轴交于点 T , 求 $\triangle BNT$ 的面积 S 的最大值.

19. (本小题满分 17 分)

已知函数 $f(x)$, 若存在数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = f(a_n), n \in \mathbb{N}^*$. 称 $\{a_n\}$ 是 “ $f(x)$ 的关联数列”,

$f(x)$ 称为数列 $\{a_n\}$ 的 “关联函数”;

(1) 若数列 $\{a_n\}$ 的 “关联函数” $f(x) = x + A \sin(\frac{\pi}{2}x)$, 求最小正数 A 的值, 使数列 $\{a_n\}$ 为等差数列;

(2) 若某数列 $\{a_n\}$ 的 “关联函数” $f(x) = xe^x - x \ln x$. 证明: 当 $x > 0$ 时, $f(x) < xe^x + \frac{1}{e}$;

(3) 若数列 $\{a_n\}$ 的 “关联函数” $f(x) = \ln x + x + 2$, 求证:

$$\left[1 + \frac{4}{(a_2 + 1)^2}\right] \cdot \left[1 + \frac{4}{(a_3 + 1)^2}\right] \cdots \left[1 + \frac{4}{(a_n + 1)^2}\right] < e$$