

成都七中高 2025 届高三热身试卷

一、单选题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）．

1. 设 i 为虚数单位，若 $zi = -2 + i$ ，则 $|z| =$ ()

- A. 3 B. $\sqrt{5}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$

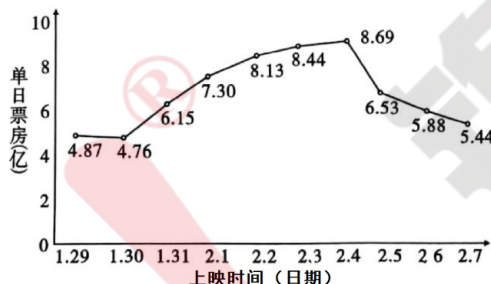
2. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 4 \leq 0$ ，则命题 P 的否定为 ()

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 4 \geq 0$ B. $\forall x \notin \mathbf{R}, x^2 - 2x + 4 \leq 0$
C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 4 > 0$ D. $\exists x \notin \mathbf{R}, x^2 - 2x + 4 > 0$

3. 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2$ ， \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$ ，则 $\vec{a} + \vec{b}$ 在 \vec{b} 上的投影向量为 ()

- A. $\frac{4 + \sqrt{2}}{4} \vec{b}$ B. $\frac{4 + \sqrt{2}}{2} \vec{b}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4} \vec{b}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2} \vec{b}$

4. 2025 年春节档上映的动画电影《哪吒之魔童闹海》引发全民观影热潮．某数据平台实时统计了该片上映前 10 天的全国单日票房（单位：亿元），并生成如图所示的折线图．假设横轴为上映时间（日期），纵轴为单日票房（亿），则下列说法正确的是 ()



- A. 前十日之后，随着上映时间的增加，单日票房一定会呈现下降趋势
B. 上映前十天的票房极差为 4.76（亿）
C. 上映前十天的票房中位数为 6.34（亿）
D. 上映前十天的票房第 70 百分位数为 7.30（亿）

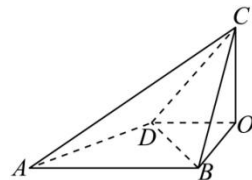
5. 在平面直角坐标系 xOy 中， F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的焦点，以 F_1F_2 为直径的圆与双曲线右支交于 A, B 两点．若 $\triangle OAB$ 是正三角形，则双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

6. 函数 $f(x) = |2x - 3| - 8\sin \pi x$ ($x \in \mathbf{R}$) 的所有零点之和为 ()

- A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

7. 如图，在四棱锥 $C-ABOD$ 中， $CO \perp$ 平面 $ABOD$ ， $AB \parallel OD$ ， $OB \perp OD$ ，



且 $AB=2OD=12$, $AD=6\sqrt{2}$, 异面直线 CD 与 AB 所成角为 30° , 点 O, B, C, D 都在同一个球面上, 则该球的表面积为 ()

- A. 21π B. 42π C. 48π D. 84π

8. 已知关于 x 的不等式 $e^{ax} \geq x+b$ 对任意 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立, 则 $\frac{b}{a}$ 的最大值为 ()

- A. e B. $\frac{e}{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

二、多选题(本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分)

9. 将函数 $f(x)=3\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度所得图象对应的函数 $g(x)$, 下列有关函数 $g(x)$ 的说法正确的是 ()

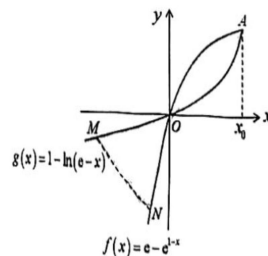
- A. 图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{6}$ 对称 B. 图象关于 $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ 中心对称
C. 在区间 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$ 上单调递增 D. 当 $x=\frac{\pi}{12}+k\pi (k \in \mathbb{Z})$ 时取得最大值

10. 已知抛物线 $y^2=2px$ 的焦点为 F , 且 $A(2,2), B, C$ 三点都在抛物线上, 则下列说法正确的是 ()

- A. 点 F 的坐标为 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$
B. 若 $|BC|=4$, 则线段 BC 的中点到 y 轴距离的最小值为 $\frac{5}{4}$
C. 若直线 BC 过点 F , O 为坐标原点, 则 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = -\frac{3}{4}$
D. 若直线 AB, AC 是圆 $(x-2)^2+y^2=1$ 的两条切线, 则直线 BC 的方程为 $3x+6y+4=0$

11. 如图, “锦鲤曲线” Γ 由函数 $f(x)=e-e^{-x} (x \leq x_0)$ 与 $g(x)=1-\ln(e-x) (x \leq x_0)$ 的部分图象组成, 其中 $x_0 > 0$. 下列说法正确的是 ()

- A. 曲线 Γ 上任意点 $P(a,b)$, 与 P 对应的点 $Q(b,a)$ 也在曲线 Γ 上
B. 曲线 Γ 的“鱼尾”宽 $|MN|$ 的取值范围为 $[0, +\infty)$
C. 曲线 Γ “鱼身” $|OA| = 3\sqrt{2}$
D. 存在三条不同的直线 $x+y+m=0 (m \in \mathbb{R})$ 被“锦鲤曲线” Γ 截得弦长为 1

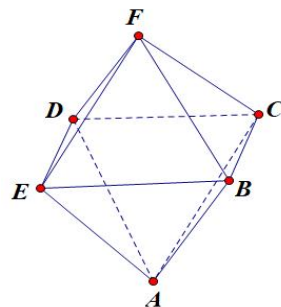


三、填空题(本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.)

12. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1+a_3+a_5=9$, $a_2+a_4+a_6=15$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项的和等于_____.

13. 已知角 α, β 满足 $\tan \alpha = 2 \tan \beta$, 若 $\sin(\alpha + \beta) = \frac{3}{5}$,
则 $\sin(\alpha - \beta)$ 的值是_____.

14. 在正八面体 $ABCDEF$ 中, 任取四个顶点, 则这四点共面的概率为_____; 任取两个面, 则所成二面角为钝角的概率为_____.



四、解答题(本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

15. (本小题满分 13 分)

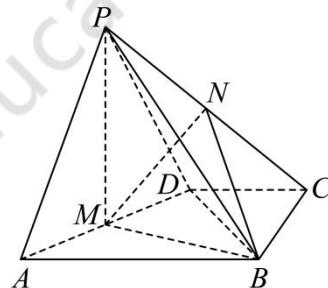
已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b \cos A + a \cos B = 2c \cos A$.

- (1) 求 A ;
(2) 若 $a = 2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

16. (本小题满分 15 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $CD \parallel AB$, $BC \perp AB$, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$,
 $PA = PD$, M, N 分别是 AD, CP 的中点.

- (1) 证明: $PM \perp BD$;
(2) 若 $PA = AD = AB = 2CD = 2$, 求直线 MN 与平面 PBC 所成角的正弦值.



17. (本小题满分 15 分)

某商城玩具柜台六一期开展“开盲盒, 集玩偶”活动, 集齐所有玩偶就可以获赠节日礼物,
现柜台推出甲、乙两个系列盲盒, 每个甲系列盲盒可以开出玩偶 A_1, A_2, A_3 中的一个, 每个乙系列盲盒可以开出玩偶 B_1, B_2 中的一个.

- (1) 记事件 E_n : 一次性购买 n 个甲系列盲盒后集齐玩偶 A_1, A_2, A_3 玩偶; 事件 F_n : 一次性购买 n 个乙系列盲盒后集齐 B_1, B_2 玩偶; 求概率 $P(E_5)$ 及 $P(F_4)$;

- (2) 某礼品店限量出售甲、乙两个系列的盲盒, 每个消费者每天只有一次购买机会, 且购买时, 只能选择其中一个系列的一个盲盒. 通过统计发现: 第一次购买盲盒的消费者购买甲系列的概率为 $\frac{2}{3}$, 购买乙系列的概率为 $\frac{1}{3}$; 而前一次购买甲系列的消费者下一次购买甲系列的概率为 $\frac{1}{4}$, 购买乙系列的概率为 $\frac{3}{4}$, 前一次购买乙系列的消费者下一次购买甲系列的概率为 $\frac{1}{2}$, 购买乙系列的概率为 $\frac{1}{2}$; 如此往复, 记某人第 n 次购买甲系列的概率为 Q_n .

(i) 求 $\{Q_n\}$ 的通项公式；

(ii) 若每天购买盲盒的人数约为100，且这100人都已购买过很多次这两个系列的盲盒，试估计该礼品店每天应准备甲、乙两个系列的盲盒各多少个.

18. (本小题满分 17 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，已知 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点，以 F_1F_2 为直径的圆和椭圆 C 在第一象限的交点为 G ，若三角形 GF_1F_2 的面积为 1，其内切圆的半径为 $2 - \sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程；

(2) 若点 B 是椭圆 C 的上顶点，过点 $P(2, 1)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 M, N 两点，其中点 M 在第一象限，点 N 在 x 轴下方且不在 y 轴上，设直线 BM, BN 的斜率分别为 k_1, k_2

(i) 若 $k_1 k_2 = \lambda(k_1 + k_2)$ ，求出 λ 的值；

(ii) 设直线 BM 与 x 轴交于点 T ，求 $\triangle BNT$ 的面积 S 的最大值.

19. (本小题满分 17 分)

已知函数 $f(x)$ ，若存在数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = f(a_n), n \in \mathbb{N}^*$. 称 $\{a_n\}$ 是“ $f(x)$ 的关联数列”， $f(x)$ 称为数列 $\{a_n\}$ 的“关联函数”；

(1) 若数列 $\{a_n\}$ 的“关联函数” $f(x) = x + A \sin(\frac{\pi}{2}x)$ ，求最小正数 A 的值，使数列 $\{a_n\}$ 为等差数列；

(2) 若某数列 $\{a_n\}$ 的“关联函数” $f(x) = ex^2 - x \ln x$. 证明：当 $x > 0$ 时， $f(x) < xe^x + \frac{1}{e}$ ；

(3) 若数列 $\{a_n\}$ 的“关联函数” $f(x) = \ln x + x + 2$ ，求证：

$$[1 + \frac{4}{(a_2 + 1)^2}] \cdot [1 + \frac{4}{(a_3 + 1)^2}] \cdots [1 + \frac{4}{(a_n + 1)^2}] < e$$