

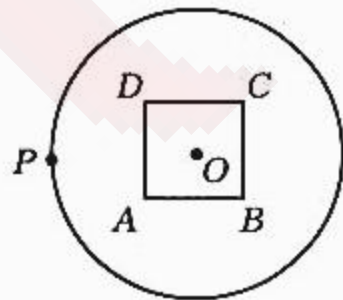
2025 届高三数学试题

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

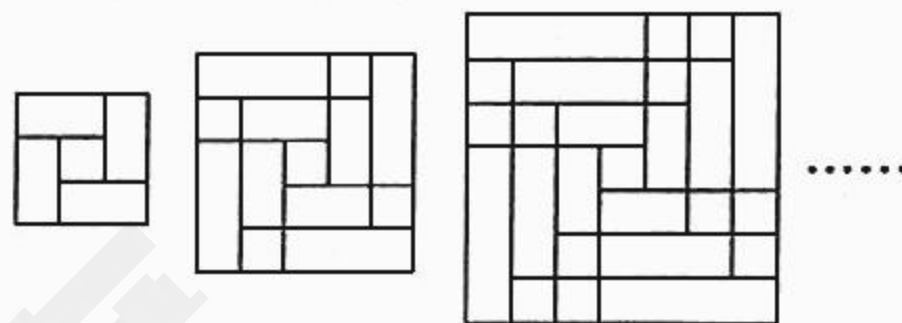
一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $z = -2 - 2i$, 则 $|z| =$
A. 0 B. 2 C. 4 D. $2\sqrt{2}$
2. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $B = \{x | (x-2)^2 = a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 $a =$
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
3. 已知函数 $f(x) = \sin x$, 则函数 $g(x) = f(x-1) + 1$ 的最大值为
A. 0 B. 1 C. 2 D. -1
4. 函数 $f(x) = 2x^3 + \ln x - x + 1$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为
A. $y = 6x - 4$ B. $y = -6x - 4$
C. $y = 6x + 4$ D. $y = -6x + 4$
5. 已知 $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$, $\cos(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos(\beta - \alpha) = \frac{11\sqrt{5}}{25}$, 则 $\sin 2\beta =$
A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{7}{25}$ C. $\frac{24}{25}$ D. $-\frac{44}{125}$
6. 铜钱, 古代铜质辅币, 指秦汉以后的各类方孔圆钱, 其形状如图所示。若图中正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 圆 O 的半径为 3, 正方形 $ABCD$ 的中心与圆 O 的圆心重合, 动点 P 在圆 O 上, 则 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最小值为
A. 1 B. 3 C. 2 D. 4



7. 一个圆锥的母线长为 6, 母线与底面所成角的余弦值为 $\frac{1}{3}$, 则该圆锥外接球的表面积为
A. $\frac{27\pi}{2}$ B. $\frac{54\pi}{2}$ C. $\frac{81\pi}{2}$ D. $\frac{243\sqrt{2}\pi}{8}$

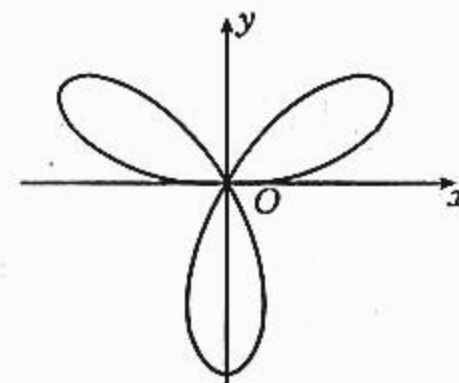
8. 如图, 第 1 个图案中的小正方形和小长方形共有 5 个, 第 2 个图案中的小正方形和小长方形共有 13 个。根据图案的规律, 第 10 个图案中的小正方形和小长方形共有



- A. 162 个 B. 221 个 C. 163 个 D. 222 个

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分。

9. 已知一组数据为 x_1, x_2, x_3 , 另一组数据为 x_1', x_2', x_3' , 则下列结论正确的是
A. 若这 2 组数据的平均数、中位数、极差均相等, 则这 2 组数据的方差也一定相等
B. 若这 2 组数据的平均数、中位数、极差均相等, 则这 2 组数据的方差不一定相等
C. 若这 2 组数据的平均数、方差、极差均相等, 则这 2 组数据的中位数也一定相等
D. 若这 2 组数据的平均数、方差、极差均相等, 则这 2 组数据的中位数不一定相等
10. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 不是奇函数, 且 $\exists x \in \mathbf{R}, f(-x) = -f(x)$, 则
A. $f(0) = 0$
B. $\exists x \in \mathbf{R}, f(-x) \neq -f(x)$
C. $f(x)$ 的解析式可以是 $f(x) = -|x| + 1$
D. $f(x)$ 的解析式可以是 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2, & x \geq 0, \\ x, & x < 0 \end{cases}$
11. 玫瑰曲线, 指在平面内围绕某一中心点平均分布整数个正弦花瓣的曲线。三叶玫瑰曲线 $C: 3x^2y - y^3 = (x^2 + y^2)^2$ 如图所示, 则下列结论正确的是
A. 直线 $y = x$ 与 C 只有 2 个公共点
B. 若点 $P(x_0, y_0)$ 在 C 上, 且 $x_0 > 0, y_0 > 0$, 则 $\frac{y_0}{x_0} < \sqrt{3}$
C. 圆 $x^2 + y^2 = 1$ 与 C 有 6 个公共点
D. C 上的点到原点的距离的最大值为 1



三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. 安排 6 名志愿者完成 A, B, C 三項工作, 每名志愿者只参与其中的一项工作, 安排 1 名志愿者完成 A 工作, 安排 2 名志愿者完成 B 工作, 安排 3 名志愿者完成 C 工作, 则不同的安排方法共有 种。
13. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线与抛物线 $y = x^2 + 1$ 相切, 则双曲线 C 的离心率为 。
14. 已知函数 $f(x) = x^3 - \pi x^2 \cdot \sin x + \frac{\pi^2 x}{4}$ 的零点分别是 $x_1, x_2, \dots, x_n (n \in \mathbf{N}_+)$, 函数 $g(x) = |\sin x|$, 则 $g(x_1) + g(x_2) + \dots + g(x_n) =$ 。

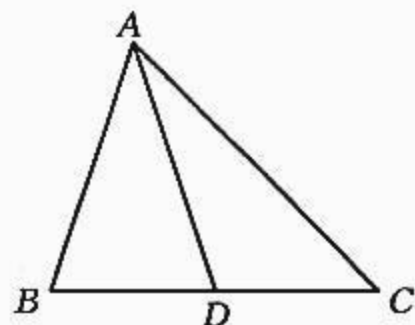
四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)

如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点, $BC=4$, $AD=\sqrt{10}$.

(1)若 $AC=3\sqrt{2}$,求 AB ;

(2)若 $\tan B=3$,求 $\triangle ABC$ 的面积.



16. (15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, $A(0, 3)$ 为 C 上一点.

(1)求椭圆 C 的方程;

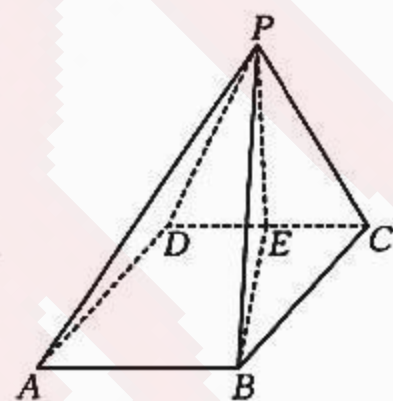
(2)已知直线 $y = \frac{1}{2}x$ 与 C 在第一象限的交点为 D , C 的左顶点为 B ,求 $\triangle ABD$ 的面积.

17. (15 分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为菱形, $\triangle PDC$ 为等边三角形,平面 $PDC \perp$ 平面 $ABCD$, $AB \perp PB$, E 为 CD 的中点.

(1)证明: $\triangle PBE$ 为等腰直角三角形.

(2)求二面角 $A-DP-C$ 的正弦值.



18. (17 分)

对于一个函数 $f(x)$ 和一个点 $M(a, b)$,令函数 $s(x) = \frac{f(x)-b}{x-a}$,若 x_0 是 $s(x)$ 的极值点,则称点 $P(x_0, f(x_0))$ 是 M 在 $f(x)$ 的“边界点”.

(1)对于函数 $f(x) = e^x$,证明:对于点 $M(1, 0)$,存在点 P ,使得点 P 是 M 在 $f(x)$ 的“边界点”.

(2)对于函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^4 + ax^2$, $M(0, 0)$,若不存在点 P ,使得点 P 是 M 在 $f(x)$ 的“边界点”,求 a 的取值范围.

(3)对于函数 $f(x) = (x^2 + ax) \ln x$, $M(0, 0)$,若存在两个不同的点 P ,使得点 P 是 M 在 $f(x)$ 的“边界点”,求 a 的取值范围.

19. (17 分)

甲、乙、丙、丁相约进行台球比赛,约定每轮比赛均将四人分成两组,进行一对一对打,第 1 轮比赛甲、乙对打,丙、丁对打.每轮比赛结束后,两名获胜者组成一组在下一轮比赛中对打,两名负者组成一组在下一轮比赛中对打,每组比赛均无平局出现.已知甲胜乙、丙胜丁的概率均为 $\frac{1}{2}$,甲胜丙、甲胜丁、乙胜丙、乙胜丁的概率均为 $\frac{2}{3}$.每组比赛的结果相互独立.

(1)求在第 3 轮比赛中,甲、丙对打的概率;

(2)求在第 n 轮比赛中,甲、乙对打的概率及甲、丙对打的概率;

(3)求在第 n 轮比赛中,甲获胜的概率.