

南充市高 2025 届高三适应性考试（一诊）

数学试卷

注意事项：

- 1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后，将答题卡交回。

第 I 卷

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 1.已知集合 $A = \{x | x^2 \geq 4\}$ ， $B = \{-2, -1, 0, 2, 3\}$ ， R 是实数集，则 $(C_R A) \cap B = (\quad)$
A. $\{0, 2\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{-1, 0, 2\}$ D. $\{-1\}$
- 2.若复数 z 满足 $(1-i)z = 1$ ，则在复平面内 z 对应的点位于 $(\quad)$
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 3.甲同学近 10 次数学考试成绩情况如下：103, 106, 113, 119, 123, 118, 134, 118, 125, 121，则甲同学数学考试成绩的第 75 百分位数是 $(\quad)$
A. 118 B. 121 C. 122 D. 123
- 4.已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ，抛物线上一点 $P(1, t)$ 满足 $|PF| = 2$ ，则抛物线方程为 $(\quad)$
A. $y^2 = \frac{1}{4}x$ B. $y^2 = \frac{1}{2}x$ C. $y^2 = 2x$ D. $y^2 = 4x$
- 5.“ $m = 1$ ”是“直线 $l_1: x + (m+1)y + 1 = 0$ 与直线 $l_2: (m+1)x - my - 1 = 0$ 垂直”的 $(\quad)$
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 6.已知一个圆锥的体积为 $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ ，其侧面积是底面积的 2 倍，则其表面积为 $(\quad)$
A. 2π B. 3π C. $\sqrt{3}\pi$ D. $2\sqrt{3}\pi$
- 7.已知函数 $f(x) = a \cos 2x + \sqrt{1-a^2} \sin 2x (0 < a \leq 1)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称，若方程 $f(x) = m (m \in \mathbb{R})$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 上恰有两个实数根，则 m 的取值范围是 $(\quad)$

- A. $\left[\frac{1}{2}, 1\right)$ B. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$ C. $\left[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$ D. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

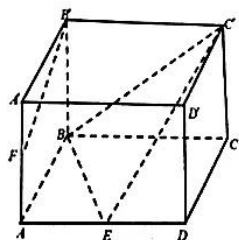
8. 定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 对称, 且满足 $f(x) = \frac{1}{2}f(5x)$, $f(0) = 0$, 当 $0 \leq x_1 < x_2 \leq 1$

时, 都有 $f(x_1) \leq f(x_2)$, 则 $f\left(\frac{1}{2024}\right) = (\quad)$

- A. $\frac{1}{256}$ B. $\frac{1}{128}$ C. $\frac{1}{64}$ D. $\frac{1}{32}$

二、多选题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分, 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 如图, 在边长为 2 的正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, E 为 AD 的中点, F 为 AA' 的中点, 过点 C' 、 E 、 B 作正方体的截面 α , 则下列结论中正确的是 ()



A. 三棱锥 $C-BC'E$ 的体积为 $\frac{4}{3}$

B. $B'F$ 与 BE 所成角的余弦值为 $\frac{3}{5}$

C. $B'F \parallel \alpha$

D. 二面角 $C'-BE-C$ 的余弦值为 $\frac{2}{3}$

10. 设 $x > 0$ 函数 $f(x) = \ln x$, $g(x) = x + \frac{2}{x}$, 则下列结论中正确的是 ()

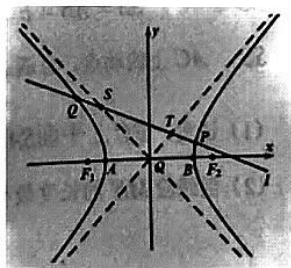
A. 存在 $x > 0$, 使得 $f(x) > x - 1$

B. 函数 $f(x+1)$ 的图象与函数 $y = e^x - 1$ 的图象有且仅有一条公共的切线

C. 函数 $g(x)$ 图象上的点与原点距离的最小值为 $2\sqrt{2}$

D. 函数 $f(x) + g(x)$ 的极小值点为 $x = 1$

11. 双曲线 $C: x^2 - y^2 = 4$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 左、右顶点分别为 A, B , 若 P 是右支上一点 (与 B 不重合) 如图, 过点 P 的直线 l 与双曲线 C 的左支交于点 Q , 与其两条渐近线分别交于 S, T 两点, 则下列结论中正确的是 ()



A. P 到两条渐近线的距离之积为 2

B. 当直线 l 运动时, 始终有 $|QS| = |TP|$

C. 在 $\triangle PAB$ 中, $\tan \angle PAB + \tan \angle PBA + 2 \tan \angle APB = 0$

D. $\triangle PF_1F_2$ 内切圆半径取值范围为 $(0, 1)$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知向量 $\vec{a} = (1, 0)$, $\vec{b} = (x, -2)$, 且 $\vec{a} \perp (\vec{a} - 2\vec{b})$, 则 $x =$ _____.

13. 某一随机变量 X 的分布列如下表, 且 $n - m = 0.2$, 则 $E(3X + 2) =$ _____.

X	0	1	2	3
P	0.1	m	0.2	n

14. 已知平面四边形 $ABCD$ 中, $AB=1$, $BC=2$, $CD=3$, $DA=4$, 则该平面四边形 $ABCD$ 面积的最大值为 _____.

第 II 卷

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本题满分 13 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c , 已知 $\sin 2A = \sin B \cdot \cos C + \cos B \cdot \sin C$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $b=2c$, $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

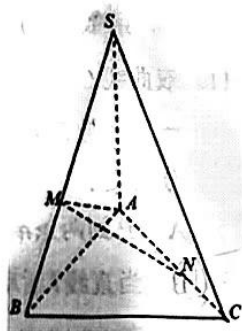
16. (本题满分 15 分) 已知动点 $P(x, y)$ 与定点 $F(1, 0)$ 的距离和 P 到定直线 $l: x = 2$ 的距离的比是常数 $\frac{\sqrt{2}}{2}$,

记点 P 的轨迹为曲线 C .

(1) 求曲线 C 的标准方程;

(2) 设点 $F'(-1, 0)$, 若曲线 C 上两点 M, N 均在 x 轴上方, 且 $FM \parallel F'N$, $|FM| + |F'N| = \frac{8}{7}\sqrt{2}$, 求直线 FM 的斜率.

17. (本题满分 15 分) 如图, 在三棱锥 $S-ABC$ 中, $SA \perp$ 平面 ABC , $AB \perp BC$, $SA=AB=BC=1$, 点 M, N 分别是线段 SB, AC 上的动点, 且满足 $SM = AN = a (0 < a < \sqrt{2})$.



- (1) 证明: $BC \perp$ 平面 SAB ;
- (2) 当线段 MN 的长度最小时, 求直线 SC 与平面 AMN 所成角的正弦值.

18. (本题满分 17 分) 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x}$.

- (1) 判断函数 $f(x)$ 的单调性, 并求出 $f(x)$ 的极值;
- (2) 讨论方程 $f(x) = a (a \in \mathbb{R})$ 的解的个数;
- (3) 求证: $f(x) \geq x - \ln x + e - 1$.

19. (本题满分 17 分) 今年立秋以后, 川渝地区持续性高温登上热搜, 引发关注讨论。根据专家推测, 主要是由于大陆高压和西太平洋副热带高压呈现非常强大, 在高压的控制下, 川渝地区上空晴朗少云, 在太阳辐射增温和气流下沉增温的共同作用下, 两个地区的气温出现了直接攀升的状态。川东北某城市一室内游泳馆, 为给顾客更好的体验, 推出了 A 和 B 两个套餐服务, 顾客可自由选择 A 和 B 两个套餐之一; 该游泳馆在 App 平台上推出了优惠券活动, 下表是 App 平台统计某周内周一至周六销售优惠券情况。

星期 t	1	2	3	4	5	6
销售量 y (张)	218	224	230	232	236	90

经计算可得: $\bar{y} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 y_i = 205$, $\sum_{i=1}^6 t_i y_i = 4004$, $\sum_{i=1}^6 t_i^2 = 91$.

(1) 因为优惠券销售火爆, App 平台在周六时系统出现异常, 导致当天顾客购买优惠券数量大幅减少, 现剔除周六数据, 求 y 关于 t 的经验回归方程;

(2) 若购买优惠券的顾客选择 A 套餐的概率为 $\frac{1}{3}$, 选择 B 套餐的概率为 $\frac{2}{3}$, 并且 A 套餐包含两张优惠券, B 套餐包含一张优惠券, 记 App 平台累计销售优惠券为 n 张的概率为 P_n , 求 P_n ;

(3) 请依据下列定义, 解决下列问题:

定义: 如果对于任意给定的正数 ε , 总存在正整数 N_0 , 使得当 $n > N_0$ 时, $|a_n - a| < \varepsilon$ (a 是一个确定的实数), 则称数列 $\{a_n\}$ 收敛于 a .

运用: 记 (2) 中所得概率 P_n 的值构成数列 $\{P_n\} (n \in \mathbf{N}^*)$. 求 P_n 的最值, 并证明数列 $\{P_n\}$ 收敛。

参考公式: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.