

遂宁市高中 2024 届三诊考试

数学 (文科) 试题

本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分。总分 150 分。考试时间 120 分钟。

第 I 卷 (选择题, 满分 60 分)

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、班级、考号用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔填写在答题卡上。并检查条形码粘贴是否正确。
2. 选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡对应题目标号的位置上, 非选择题用 0.5 毫米黑色墨水签字笔书写在答题卡对应框内, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
3. 考试结束后, 将答题卡收回。

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \left\{x \mid x^2 - \frac{1}{9} \leq 0\right\}$, $B = \left\{x \mid \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 1\right\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\left[0, \frac{1}{3}\right]$ B. $\left(0, \frac{1}{3}\right]$ C. $(0, 1]$ D. $[0, 1]$
2. 已知复数 $z = 2 + i$, 则 $\frac{i^{2025}}{z} =$
A. $-\frac{1}{5} + \frac{2i}{5}$ B. $-\frac{1}{5} - \frac{2i}{5}$ C. $\frac{1}{5} + \frac{2i}{5}$ D. $\frac{1}{5} - \frac{2i}{5}$
3. 下列函数中, 既是周期函数又是偶函数的是
A. $y = \tan x$ B. $y = |\tan x|$
C. $y = \sin|x|$ D. $y = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$
4. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$ ($a > 0$) 的渐近线方程为 $x \pm 2y = 0$, 则实数 a 的值为
A. 6 B. 4 C. 3 D. 2
5. 某公司研发新产品投入 x (单位: 百万) 与该产品的收益 y (单位:

百万) 的 5 组统计数据如下表所示: 由表中数据求得投入金额 x 与收益 y 满足回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + 2.6$, 则下列结论不正确的是

x	5	6	8	9	12
y	16	20	25	28	36

- A. x 与 y 有正相关关系
B. 回归直线经过点 $(8, 25)$
C. $\hat{b} = 2.4$
D. $x = 9$ 时, 残差为 0.2
6. 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 下列命题中正确的是
- A. 若 $m \perp \alpha, m \parallel n, n \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$
B. 若 $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha, m \parallel n$, 则 $n \parallel \beta$
C. 若 m, n 为异面直线, $m \parallel \alpha, n \parallel \beta, m \subset \beta, n \subset \alpha$, 则 $\alpha \parallel \beta$
D. 若 $m \perp n, \alpha \parallel \beta$, 则 m 与 α 所成的角和 n 与 β 所成的角互余
7. 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数, 对任意实数 x 都有 $f(2-x) = f(x)$. 当 $x \in [1, 2]$ 时, $f(x) = 1 - \log_2 x$. 则 $f(21)$ 的值为
- A. 1
B. -1
C. 0
D. $1 - \log_2 21$
8. 已知函数 $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 把 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 则
- A. $g(x)$ 是偶函数
B. $g(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{4}$ 对称
C. $g(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增
D. 不等式 $g(x) \leq 0$ 的解集为 $\left[k\pi + \frac{\pi}{2}, k\pi + \pi\right], k \in \mathbb{Z}$
9. 若 $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ 是区间 $(m-1, m+5)$ 上的单调函数, 则实数 m 的取值范围是

- A. $m \leq -6$ 或 $m \geq 3$ B. $m \geq 3$ C. $m \leq -6$ D. $-6 \leq m \leq 3$
10. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4, 以正方体的中心 O 为球心, $\sqrt{5}$ 为半径的球面与正方体上下底面交线长度和为
- A. π B. $\sqrt{3}\pi$ C. 2π D. 4π
11. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 若 $a^2 + b^2 = 2026c^2$, 则 $\frac{2\sin A \sin B}{\tan C(\sin A \cos B + \sin B \cos A)}$ 的值为
- A. 2023 B. 2024 C. 2025 D. 2026
12. 抛物线 $C_1: y^2 = 2px (p > 0)$ 上一点 $A(3, y)$ 到焦点 F 的距离 $|AF| = 4$. 曲线 C_2 上任意一点 P 满足 $|\overline{PF}| = 1$, 过点 F 的直线 m 与抛物线 C_1 和曲线 C_2 的四个交点从上到下依次为 G, M, N, H , 则 $|GN| + 4|HM|$ 的最小值为
- A. 8 B. 12 C. 13 D. 14

第II卷 (非选择题, 满分 90 分)

注意事项:

1. 请用蓝黑钢笔或圆珠笔在第II 卷答题卡上作答, 不能答在此试卷上。
2. 试卷中横线及框内注有“▲”的地方, 请在第II 卷答题卡上作答。

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分.)

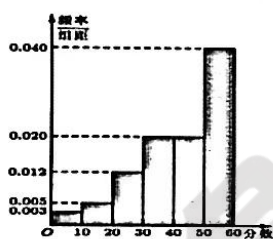
13. 已知平面向量 $\vec{a} = (2, x-1)$, $\vec{b} = (3, 2-x)$, 若向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线, 则 $x =$ ▲
14. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y \leq 1 \\ x \geq 2y \\ x+y \leq 1 \end{cases}$, 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为 ▲
15. 已知单位圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上一点 $A(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$, 现将点 A 绕圆心顺时针旋转 $\frac{\pi}{6}$ 到点 B , 则点 B 的横坐标为 ▲
16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} ax+a, & x < a \\ \ln(x+2)+a, & x \geq a \end{cases}$, 若 $f(x) \geq -1$, 则实数 a 的

取值范围为 ▲

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17—21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考试根据要求作答。

17. (12 分)

2024 年甲辰龙年春节来临之际, 某市消费者协会开展环境建设基础行活动, 实地调研了甲、乙两家商场, 对顾客在两家商场消费体验的满意度进行现场调研, 从在甲、乙两家消费的顾客中各随机抽取了 100 人, 每人分别对各自所在的商场进行评分, 满分均为 60 分. 整理评分数据, 将分数以 10 为组距分为 6 组: $[0, 10)$, $[10, 20)$, $[20, 30)$, $[30, 40)$, $[40, 50)$, $[50, 60)$, 得到甲商场分数的频率分布直方图和乙商场分数的频数分布表:



分数区间	频数
[0,10)	2
[10,20)	3
[20,30)	5
[30,40)	15
[40,50)	40
[50,60]	35

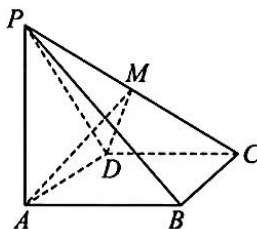
- (1) 在抽样的 100 人中, 求对甲商场评分低于 40 分的人数;
(2) 从对乙商场评分在 $[0, 20)$ 范围内的人数中随机选出 2 人, 求这 2 人评分都在 $[10, 20)$ 范围内的概率;

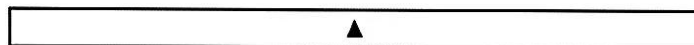
▲

18. (12分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,面 $PAD \perp$ 面 $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB \perp BC$,
 $AB = PA = 2$, $BC = CD = 1$, $AD = \sqrt{2}$, $PB = 2\sqrt{2}$, M 为 PC 的中点.

- (1) 求证: $BD \perp PD$;
(2) 求四面体 $C-AMD$ 的体积.





19. (12分)

已知点集 $L = \{(x, y) | y = \vec{m} \cdot \vec{n}\}$, 其中 $\vec{m} = (2x-1, 1), \vec{n} = (1, 2)$, 点

$P_n(a_n, b_n) \in L$, P_1 为 L 与 y 轴的公共点, 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 1.

(1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 令数列 $d_n = \frac{b_n}{2^{a_n+1}}$, 记数列 $\{d_n\}$ 的前 n 项和为 C_n , 是否存在

整数 k , 使 $C_n < k$ 对任意正整数 n 都成立? 若存在, 求 k 的最小值;
若不存在, 请说明理由.



20. (12分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 中, 点 A, B 分别是 E 的左、

上顶点, F_1 是左焦点, $|AB| = \sqrt{5}, |BF_1| = 2$.

(1) 求 E 的方程和离心率;

(2) 过定点 P 且斜率不为零的直线 l 交椭圆于 R, S 两点, 设直线 BR, BS 的斜率分别为 k_1, k_2 , 若 $k_1 + k_2 = -1$, 求定点 P 的坐标.



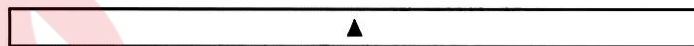
21. (12分)

已知函数 $f(x) = (x^2 - 2ax) \ln x, g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2ax, a > \frac{1}{2}$

(1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 在点 $x = 1$ 处的切线方程;

(2) 若方程 $f(x) = g(x)$ 在 $x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 上有两个不等实数根,

求实数 a 的取值范围.



选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做第一题计分.

22. (10分)

在平面直角坐标系中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+3\cos a \\ y=3\sin a \end{cases}$ (a 为

参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系,

直线 l 的极坐标方程为 $\sqrt{2}\rho\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=2$.

(1) 求曲线 C 的极坐标方程以及直线 l 的直角坐标方程;

(2) 直线 l 与曲线 C 交于 M, N 两点, 且 $A(2, 0)$, 求 $\frac{1}{|AM|} + \frac{1}{|AN|}$ 的值.

▲

23. (10分)

已知关于 x 的不等式 $|x+2| - |2x-2| \geq m$ 有解.

(1) 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 a, b, c 均为正数, n 为 m 的最大值, 且 $a+3b+4c=n$.

求证: $a^2 + 2ab + 5b^2 + c^2 \geq \frac{1}{2}$.

▲