

秘密★启封并使用完毕前【考试时间：2024年3月18日下午15:00-17:00】

南充市高2024届高考适应性考试（二诊）

理科数学

第I卷（选择题）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

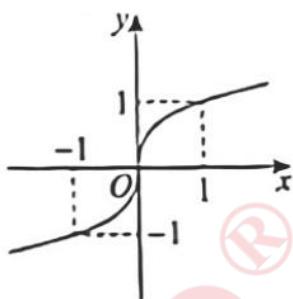
1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 1 < 0\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$

- A. $(-1, 2]$ B. $(-1, 2)$ C. $[0, 1)$ D. $[0, 2]$

2. 已知 m, n 是实数，则“ $mn < 0$ ”是“曲线 $mx^2 + ny^2 = 1$ 是焦点在 x 轴的双曲线”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示，则 $f(x)$ 的解析式可能是（ ）



- A. $y = x^{\frac{1}{2}}$ B. $y = x^{-\frac{1}{2}}$ C. $y = x^3$ D. $y = x^{-3}$

4. 设 m, n, l 是三条不同的直线， α, β 是两个不同的平面，则下列说法中正确的是（ ）

- A. 若 $l \perp m, l \perp n, m \subset \beta, n \subset \beta$, 则 $l \perp \beta$ B. 若 $m // \alpha, m // n$, 则 $n // \alpha$

- C. 若 $m // n, n \perp \beta, m \subset \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$ D. 若 $m // \beta, n // \beta, m \subset \alpha, n \subset \alpha$, 则 $\alpha // \beta$

5. 已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x}$, 则函数 $y = f(x-1) + 1$ 的图象（ ）

- A. 关于点 $(1, 1)$ 对称 B. 关于点 $(-1, 1)$ 对称 C. 关于点 $(-1, 0)$ 对称 D. 关于点 $(1, 0)$ 对称

6. 若复数 $z = 2+i$, 且 z 和 z^2 在复平面内所对应的点分别为 P, Q, O 为坐标原点, 则 $\cos \angle POQ = (\quad)$

- A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

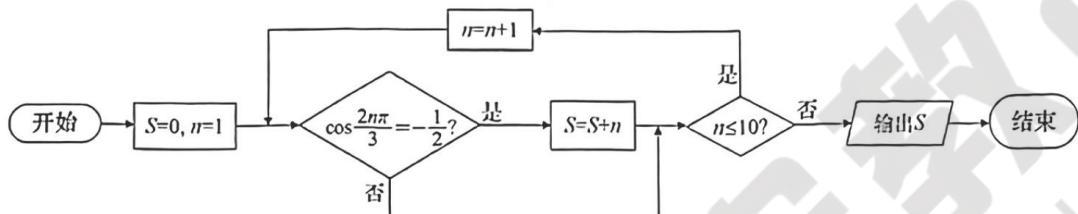
7. 已知点 $P(x_0, y_0)$ 为可行域 $\begin{cases} x+y < 6 \\ 4x-y > 0 \\ x, y \in N^* \end{cases}$ 内任意一点, 则 $x_0 - y_0 > 0$ 的概率为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{2}{9}$

8. 已知函数 $f(x) = 3\sin x + 4\cos x$. 设 $x = \theta$ 时, $f(x)$ 取得最大值. 则 $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) =$ ()

- A. $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ B. $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{10}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$

9. 执行下面的程序框图, 则输出的 $S =$ ()



- A. 37 B. 46 C. 48 D. 60

10. 三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB = AC = AD = 4, BC = CD = DB = 6, P$ 为 $\triangle BCD$ 内部及边界上的动点,

$AP = 2\sqrt{2}$, 则点 P 的轨迹长度为 ()

- A. π B. 2π C. 3π D. 4π

11. 已知函数 $f(x) = xe^{x+m} - \frac{1}{2}x^2 - mx$ 在区间 $[-1-m, 1-m]$ 上有且仅有两个极值点, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $\left(1, 2 - \frac{1}{e}\right)$ B. $(1, e)$ C. $\left[1, 2 - \frac{1}{e}\right]$ D. $(1, e]$

12. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 . 过点 F_1 倾斜角为 θ 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点

(A 在 x 轴的上方), 则下列说法中正确的有 () 个.

① $|AF_1| = \frac{3}{2 + \cos\theta}$

② $\frac{1}{|AF_1|} + \frac{1}{|BF_1|} = \frac{4}{3}$

③ 若点 M 与点 B 关于 x 轴对称, 则 $\triangle AMF_1$ 的面积为 $\frac{9\sin 2\theta}{7 - \cos 2\theta}$

④ 当 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 时, $\triangle ABF_2$ 内切圆的面积为 $\frac{12\pi}{25}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二. 填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 已知 $\vec{a} = (-3, 4), \vec{b} = (-m, m+1), \vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 已知 x, y 是实数, $x > 0, y > 0$, 且 $x + y = 4$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$

15. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 的对边. 已知 $a = 2, 2\sin B + 2\sin C = 3\sin A$. 则 $\sin A$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$

16. “曼哈顿距离”是人脸识别中一种重要的测距方式. 其定义如下:

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 是坐标平面内的两点, 则 A, B 两点间的曼哈顿距离为 $d(A, B) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$.

在平面直角坐标系中 xOy 中, 下列说法中正确说法的序号为 $\underline{\hspace{2cm}}$

- ①. 若 $A(2, 3), B(-3, 2)$, 则 $d(A, B) = 6$;
- ②. 若 O 为坐标原点, 且动点 P 满足: $d(O, P) = 1$, 则 P 的轨迹长度为 $4\sqrt{2}$;
- ③. 设 $M(a, b)$ 是坐标平面内的定点, 动点 N 满足: $d(M, N) = 2$, 则 N 的轨迹是以点 $(a+2, b), (a-2, b), (a, b+2), (a, b-2)$ 为顶点的正方形;
- ④. 设 $R(1, 1), Q(|x|, |y|), d(R, Q) \leq 1$, 则动点 (x, y) 构成的平面区域的面积为 10.

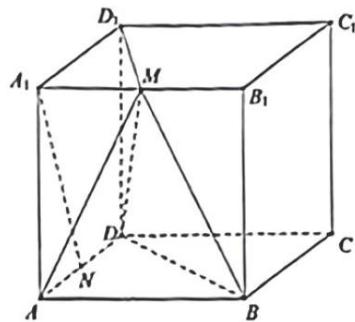
三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17—21 题必考题, 每个试题考生必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考试根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. 在数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 是其前 n 项和, 且 $3S_n - a_n = 64$.

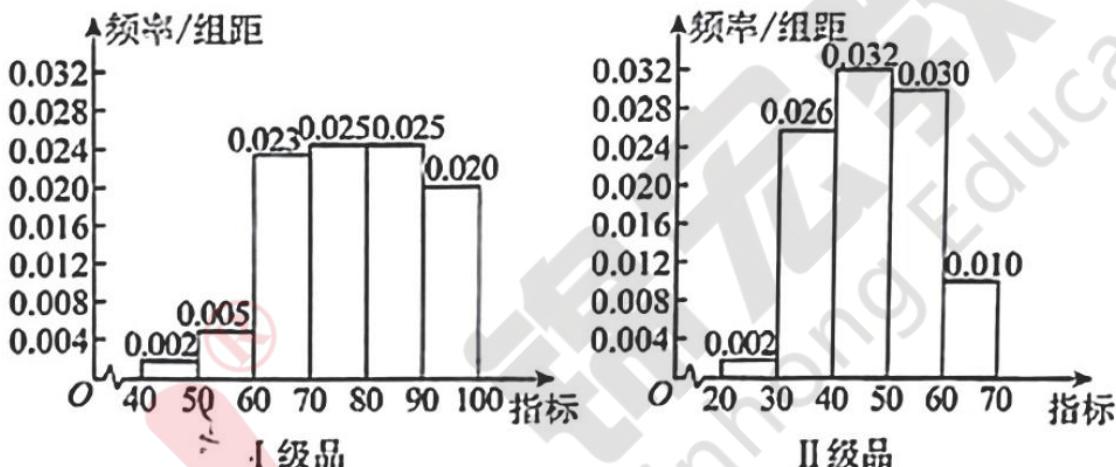
- (1). 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2). 若 $\forall n \in \mathbb{N}_+, \lambda - 1 < S_n \leq 4\lambda + 4$ 恒成立, 求 λ 的取值范围.

18. 如图所示, 在直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, $AB = AA_1 = 4, M, N$ 分别为 A_1B_1, AD 的中点.



- (1). 求证: $A_1N \parallel \text{平面 } BDM$;
- (2). 若 $\angle BAD = 60^\circ$, 求 AM 与平面 DD_1M 所成角的正弦值;

19. 已知某科技公司的某型号芯片的各项指标经过全面检测后, 分为 I 级和 II 级, 两种品级芯片的某项指标的频率分布直方图如图所示:



若只利用该指标制定一个标准, 需要确定临界值 K , 按规定须将该指标大于 K 的产品应用于 A 型手机, 小于或等于 K 的产品应用于 B 型手机. 若将 I 级品中该指标小于或等于临界值 K 的芯片错误应用于 A 型手机会导致芯片生产商每部手机损失 800 元; 若将 II 级品中该指标大于临界值 K 的芯片错误应用于 B 型手机会导致芯片生产商每部手机损失 400 元;

假设数据在组内均匀分布, 以事件发生的频率作为相应事件发生的概率.

- (1) 设临界值 $K = 70$ 时, 将 2 个不作该指标检测的 I 级品芯片直接应用于 A 型手机, 求芯片生产商的损失 ξ (单位: 元) 的分布列及期望;
- (2) 设 $K = x$ 且 $x \in [50, 55]$, 现有足够多的芯片 I 级品、II 级品, 分别应用于 A 型手机、 B 型手机各 1 万部的生产;

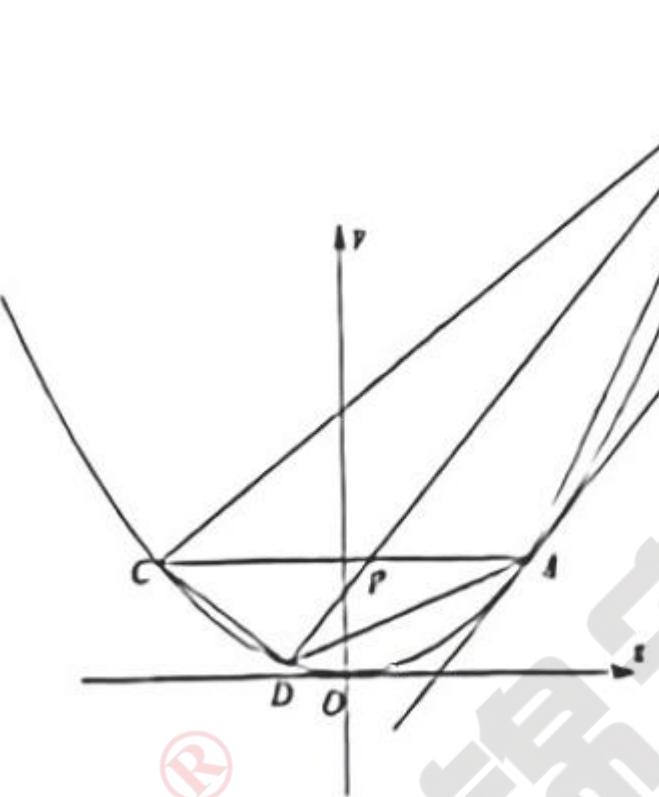
方案一: 将芯片不作该指标检测, I 级品直接应用于 A 型手机, II 级品直接应用于 B 型手机;

方案二: 重新检测该芯片 I 级品, II 级品的该项指标, 并按规定正确应用于手机型号, 会避免方案一的损失费用, 但检测费用共需要 130 万元;

请求出按方案一, 芯片生产商损失费用的估计值 $f(x)$ (单位: 万元) 的表达式, 并从芯片生产商的成本考虑,

选择合理的方案.

20. 如图, 已知四边形 $ABCD$ 的四个顶点都在抛物线 $x^2 = 4y$ 上, 且 A, B 在第一象限, $AC \parallel x$ 轴, 抛物线在点 A 处的切线为 l , 且 $BD \parallel l$.



(1). 设直线 CB, CD 的斜率分别为 k 和 k' , 求 $k+k'$ 的值;

(2). P 为 AC 与 BD 的交点, 设 $\triangle BCD$ 的面积为 S_1 , $\triangle PAD$ 的面积为 S_2 , 若 $\tan \angle BCA = 2$, 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的取值范围.

21. 设函数 $f(x) = \frac{x-2}{x+1} e^x$, $g(x) = \frac{2e^x - 2mx - m}{x^2}$.

(1). 若函数 $f(x)$ 在区间 $(a-1, a+2)$ 是单调函数, 求 a 的取值范围;

(2). 设 $0 \leq m < \frac{e}{2}$, 证明函数 $g(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上存在最小值 A , 且 $\frac{e}{2} < A \leq \frac{e^2}{2}$

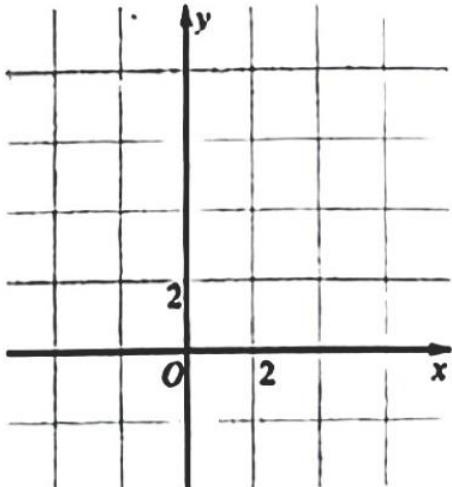
(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 以 O 为极点, x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系. 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4 \sin \theta$.

(1). 求曲线 C 在直角坐标系中的普通方程;

(2). 已知 $P(1,2)$, 直线 $l: x + y = 3$ 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $\overrightarrow{PA}^2 + \overrightarrow{PB}^2 + \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的值.

23. 已知函数 $f(x) = |2x - 2| + |2x - a|$.



(1). 当 $a = -2$ 时, 画出 $f(x)$ 的图象, 并根据图象写出函数 $f(x)$ 的值域;

(2). 若关于 x 的不等式 $f(x) + 2a \leq a^2$ 有解, 求 a 的取值范围.

