# 泸州市高 2021 级第二次教学质量诊断性考试

# 数　学（理科）

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分． 第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 4 页．共 150 分．考试时间 120 分钟．

**注意事项：**

1．答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置．

2．选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题的答案标号涂黑．

3．填空题和解答题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内，作图题可先用铅笔绘出，确认后再用 0.5 毫米黑色签字笔描清楚，写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效．

4．考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交．

## 第 I 卷　（选择题　共 60 分）

**一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．已知全集 $U=\{x\mid x+2>0\}$，集合 $A=\{x\mid \log_2 x>0\}$，则 $\complement_U A=$

A．$(-2,1]$　　B．$(-\infty,1]$　　C．$(-2,1)$　　D．$(-\infty,1)$

2．已知 $z=\dfrac{a-\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$ 为纯虚数，则实数 $a$ 的值为

A．2　　B．1　　C．$-1$　　D．$-2$

3．在 $\triangle ABC$ 中，“$A>B$”是“$\sin A>\sin B$”的

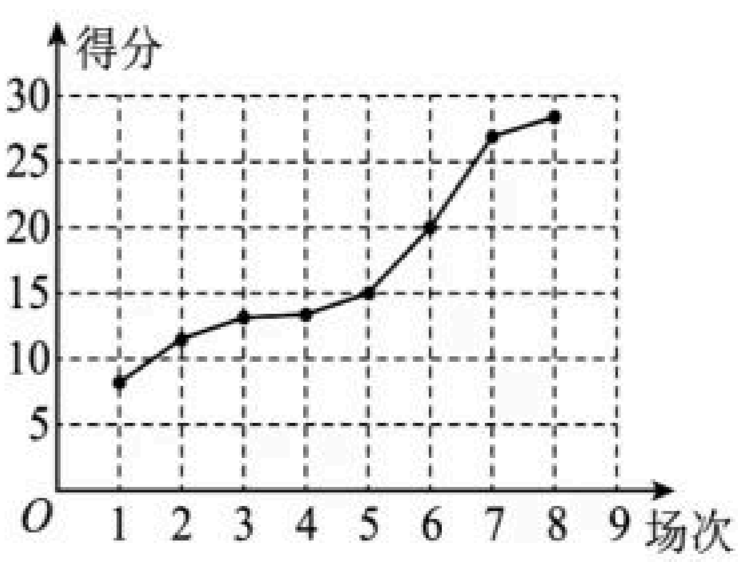
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．在某校高中篮球联赛中，某班甲、乙两名篮球运动员在 8 场比赛中的单场得分用茎叶图表示（如图一），茎叶图中甲的得分有部分数据丢失，但甲得分的折线图（如图二）完好，则下列结论正确的是

| 甲 | | 乙 |
|---|---|---|
| 9 | 0 | 9 |
| 3 2 | 1 | 4 5 8 9 7 6 |
| 8 6 0 | 2 | 0 |

图一

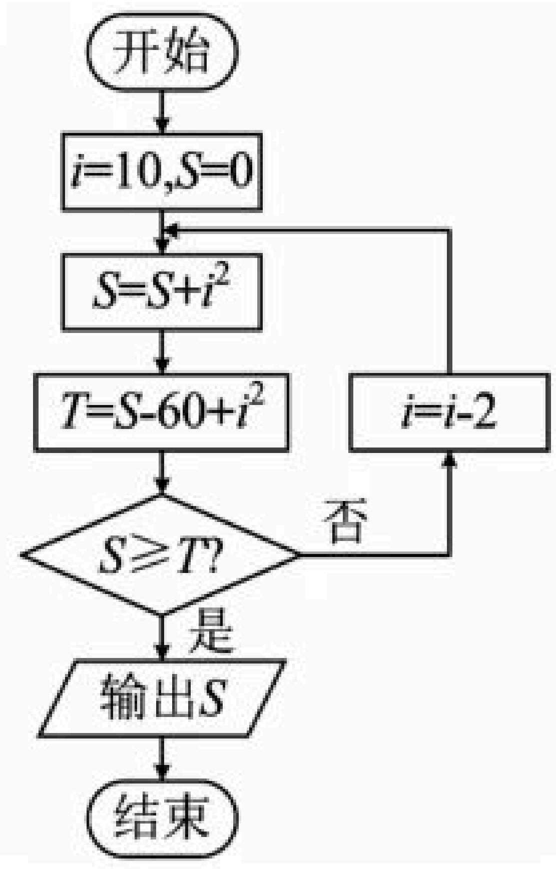



图二

A．甲得分的极差是 18　　B．甲得分更稳定

C．甲的单场平均得分比乙低　　D．乙得分的中位数是 16.5

5. 执行如图所示的程序框图，输出的 $S$ 的值为




A. 250　　B. 240

C. 200　　D. 190

6. 已知点 $P$ 在椭圆 $C:\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$ 上，$C$ 的左焦点为 $F$，若线段 $PF$ 的中点在以原点 $O$ 为圆心，$|OF|$ 为半径的圆上，则 $|PF|$ 的值为

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 8

7. 某校安排高一年级(1)~(4)班共 4 个班去 A，B，C 三个劳动教育基地进行社会实践，每个班去一个基地，每个基地至少安排一个班，则高 (1)班被安排到 A 基地的排法总数为

A. 9　　B. 12　　C. 18　　D. 24

8. 已知函数 $f(x)=\sin\omega x+b\cos\omega x(\omega>0)$ 的最小正周期为 $\pi$，且 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{8}$ 对称，则 $b$ 的值为

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $-1$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. 1

9. 定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=f(x-2)$，当 $x\in[-2,2]$ 时，函数 $f(x)=4-x^2$，设函数 $g(x)=e^{-|x-2|}(-2<x<6)$，则方程 $f(x)-g(x)=0$ 的所有实数根之和为

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

10. 已知双曲线$C$: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左，右两个焦点分别为 $F_1$，$F_2$，$A$为其左顶点，以线段 $F_1F_2$ 为直径的圆与$C$的渐近线在第一象限的交点为 $M$，且 $|MA|=\frac{\sqrt{2}}{2}|F_1F_2|$，则$C$的离心率

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. 3

11. 已知三棱锥 $S-ABC$ 的底面是边长为 3 的等边三角形，且 $SA=AB$，$\angle SAB=120^\circ$，当该三棱锥的体积取得最大值时，其外接球的表面积为

A. $12\pi$　　B. $24\pi$　　C. $36\pi$　　D. $39\pi$

12. 已知 $f(x)$，$g(x)$ 都是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数，对任意 $x$，$y$ 满足 $f(x-y)=f(x)g(y)-g(x)f(y)$，且 $f(-2)=f(1)\neq0$，则下列说法正确的是

A. $g(0)=0$　　B. 若 $f(1)=2024$，则 $\sum_{n=1}^{2024}f(n)=2024$

C. 函数 $f(2x-1)$ 的图象关于直线 $x=\frac{1}{2}$ 对称　　D. $g(1)+g(-1)=1$

# 第 II 卷（非选择题　共 90 分）

**注意事项：**

(1) 非选择题的答案必须用 0.5 毫米黑色签字笔直接答在答题卡上，作图题可先用铅笔绘出，确认后再用 0.5 毫米黑色签字笔描清楚，答在试题卷和草稿纸上无效.

(2) 本部分共 10 个小题，共 90 分.

**二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在答题纸上）.**

13．$(2x-\frac{1}{x^2})^6$ 的展开式中的常数项为________.

14．已知实数 $x$，$y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x\geqslant 0 \\ x+y\leqslant 2 \\ x+3y\geqslant 3 \end{cases}$，则 $z=4x+y$ 的最大值为________.

15．若函数 $f(x)=\ln x-\frac{1}{\mathrm{e}}x+a$ 有零点，则实数 $a$ 的取值范围是________.

16．$\triangle ABC$ 的内角 $A$，$B$，$C$ 的对边分别为 $a$，$b$，$c$，已知 $c^2=2a^2-2b^2$，则 $A-B$ 的最大值为________.

**三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.**

**（一）必考题：共 60 分.**

**17．（本小题满分 12 分）**

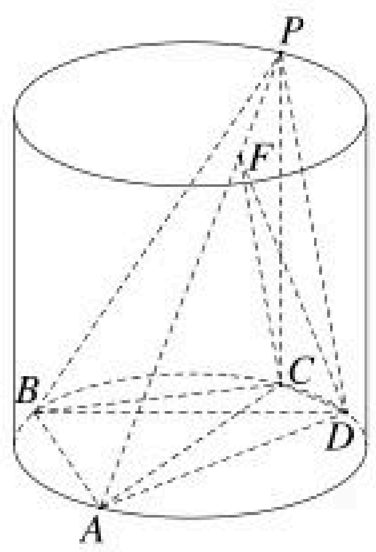
已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n=\frac{3}{2}(a_n-1)(n\in\mathbf{N}^*)$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）在 $a_n$ 与 $a_{n+1}$ 之间插入 $n$ 个数，使这 $n+2$ 个数组成一个公差为 $b_n$ 的等差数列，若 $c_n=\frac{b_n}{3^n}$，求数列 $\{c_nc_{n+1}\}$ 的前 $n$ 项和 $T_n$.

**18．（本小题满分 12 分）**

如图，$ABCD$ 为圆柱底面的内接四边形，$AC$ 为底面圆的直径，$PC$ 为圆柱的母线，且 $AB=AD$.




（Ⅰ）求证：$AP\perp BD$；

（Ⅱ）若 $PC=AC=2BC=4$，点 $F$ 在线段 $PA$ 上，且 $\frac{PF}{FA}=\frac{1}{3}$，求二面角 $F-CD-P$ 的余弦值.

**19．（本小题满分 12 分）**

统计学中有如下结论：若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，从 $X$ 的取值中随机抽取 $k(k\in\mathbf{N}^*,k\geqslant 2)$ 个数据，记这 $k$ 个数据的平均值为 $Y$，则随机变量 $Y\sim N(\mu,\frac{\sigma^2}{k})$．据传德国数学家希尔伯特喜欢吃披萨．他每天都

会到同一家披萨店购买一份披萨．该披萨店的老板声称自己所出售的披萨的平均质量是 500g，上下浮动不超过 25g，这句话用数学语言来表达就是：每个披萨的质量服从期望为 500g，标准差为 25g 的正态分布．

（Ⅰ）假设老板的说法是真实的，随机购买 25 份披萨，记这 25 份披萨的平均值为 $Y$，利用上述结论求 $P(Y\leqslant 490)$；

（Ⅱ）希尔伯特每天都会将买来的披萨称重并记录，25 天后，得到的数据都落在 $(475,525)$ 上，并经计算得到 25 份披萨质量的平均值为 488.72g，希尔伯特通过分析举报了该老板．试从概率角度说明希尔伯特举报该老板的理由．

附：①随机变量 $\eta$ 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma\leqslant\eta\leqslant\mu+\sigma)=0.6827$，$P(\mu-2\sigma\leqslant\eta\leqslant\mu+2\sigma)=0.9545$，$P(\mu-3\sigma\leqslant\eta\leqslant\mu+3\sigma)=0.9973$；

②通常把发生概率小于 0.05 的事件称为小概率事件，小概率事件基本不会发生．

**20．（本小题满分 12 分）**

已知函数 $f(x)=2x^3-ax^2+2(a>0)$．

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）若在区间 $[-1,1]$ 内存在 $x_1$，$x_2$，使得 $f(x_1)\cdot f(x_2)\geqslant 9$，求实数 $a$ 的取值范围．

**21．（本小题满分 12 分）**

设 $F$ 为抛物线 $H$：$y^2=2px(p>0)$ 的焦点，点 $P$ 在 $H$ 上，点 $M(\frac{7p}{2},0)$，若 $|PF|=|PM|=5$．

（Ⅰ）求 $H$ 的方程；

（Ⅱ）过点 $F$ 作直线 $l$ 交 $H$ 于 $A$、$B$ 两点，直线 $AO$（$O$ 为坐标原点）与 $H$ 的准线交于点 $C$，过点 $A$ 作直线 $CF$ 的垂线与 $H$ 的另一交点为 $D$，直线 $CB$ 与 $AD$ 交于点 $G$，求 $\frac{|GB|}{|GC|}$ 的取值范围．

**（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．**

**22．（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程**

在平面直角坐标系 $xOy$ 中，以坐标原点 $O$ 为极点，$x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 $C$ 的极坐标方程为 $\rho^2-2\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta-2=0$，直线 $l$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+t\cos\alpha\\y=2+t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数）．

（Ⅰ）写出曲线 $C$ 的直角坐标方程；

（Ⅱ）设直线 $l$ 与曲线 $C$ 交于 $A$，$B$ 两点，定点 $P(2,2)$，若 $|PA|+|PB|=2\sqrt{2}$，求直线 $l$ 的倾斜角．

**23．（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲**

已知函数 $f(x)=|x+2|-a|x-1|$，$a\in\mathbf{R}$．

（Ⅰ）当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)\leqslant 0$ 的解集；

（Ⅱ）当 $a=-1$ 时，函数 $f(x)$ 的最小值为 $m$，若 $a$，$b$，$c$ 均为正数，且 $a^2+b^2+4c^2=m$，求 $a+b+2c$ 的最大值．