达州市普通高中2024届第一次诊断性测试

文科数学参考答案

一、选择题：

1. B　2. A　3.C　4.C　5.C　6.A　7.A　8. C　9. B　10.B　11.D　12. C

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13．$\frac{3\pi}{4}$（答案在$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right)$内均可）　14．6　15．$\frac{99}{100}$　16．$\sqrt{3}$

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．解：（1）由样本中恰有10%的考生专业和文化成绩均为及格，

$\therefore$总人数$\frac{5}{0.1}=50$，$\therefore \frac{6+4+m}{50}=0.3$，$\therefore m=5$，

由$6+4+8+m+3+n+4+3+5=50$，$\therefore n=12$．

（2）由题意：专业成绩为优秀和良好的学生人数分别为15，10．

$\therefore$专业成绩为优秀抽取3人，记为A，B，C，专业成绩为良好抽取2人，记为m，n．

$\therefore 5$人中选取2人的共有(A,B)，(A,C)，(A,m)，(A,n)，(B,C)，(B,m)，(B,n)，(C,m)，(C,n)，(m,n)共10种情况.

$\because$选取2人中专业成绩为优秀和良好各占1人的情况为(A,m)，(A,n)，(B,m)，(B,n)，(C,m)，(C,n)共6种情况.

设事件D表示事件“选取2人中专业成绩为优秀和良好各1人”，则

$P(D)=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

所以选取2人中专业成绩为优秀和良好各1人的概率为$\frac{3}{5}$.

18．解：（1）$\because a^2-b^2+c^2=2$，　$\therefore b^2=a^2+c^2-2$，

又$\because b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，　$\therefore ac\cos B=1$ ………………①

$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{\sqrt{2}}{4}$，　$\therefore ac\sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ………………②

$\therefore$由①②得$\tan B=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（2）由$\tan B=\frac{\sqrt{2}}{2}$得$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{3}$，由$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}=1\times\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$，

$\therefore a=\sqrt{3}\sin A$，　$c=\sqrt{3}\sin C$，$\therefore ac=3\sin A\sin C$．

由(1) $ac\cos B=1$，$\cos B=\frac{\sqrt{6}}{3}$得$ac=\frac{3}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，　$\therefore \sin A\sin C=\frac{\sqrt{6}}{6}$.

19．（1）证明：$\because MA\perp$平面$ABCD$，$AC\subset$平面$ABCD$，$\therefore AC\perp MA$.

在梯形$ABCD$中，由$AD=DC=1$，$CD\perp AD$，得$AC=\sqrt{2}$，由$AB=\sqrt{2}$.

$\triangle ABC$中，$AC^2+AB^2=BC^2$　$\therefore AC\perp AB$　又$\because MA\bigcap AB=A$，

$\therefore AC\perp$平面MAB，　$\because AC\subset$平面NAC $\therefore$平面$MAB\perp$平面NAC.

（2）解：$\because N$为MB的中点，$\therefore M$到平面ACN的距离等于B到平面ACN的距离.

$AN=\frac{1}{2}MB=\frac{1}{2}\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

设B到平面ACN的距离为h，则$V_{N-ABC}=V_{B-ACN}$.

$\therefore \frac{1}{3}S_{ABC}\times\frac{1}{2}AM=\frac{1}{3}S_{ANC}\times h$，$\therefore \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times 2\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{6}}{2}\times h$.

$\therefore h=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，即 M 到平面 ACN 的距离为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

20．解：（1）由题意，曲线 C 表示以 $(-2,0),(2,0)$ 为焦点，长轴为 6 的椭圆，

$\therefore$ 曲线 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$.

（2）若直线 m 与 x 轴垂直，则 m 的方程为 $x=0$，此时 B,D 为椭圆短轴上两点 $(0,\pm\sqrt{5})$，不符合题意.

若直线 m 与 x 轴不垂直，设 m 的方程为 $y=kx+1$，设 $B(x_1,y_1)$ $D(x_2,y_2)$

$\begin{cases}\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1\\ y=kx+1\end{cases}$ 得 $(9k^2+5)x^2+18kx-36=0$，

$x_1+x_2=-\frac{18k}{9k^2+5}$，$x_1x_2=-\frac{36}{9k^2+5}$，

由 $5\overrightarrow{PA}=3\overrightarrow{PB}+2\overrightarrow{PD}$，得 $3\overrightarrow{PA}-3\overrightarrow{PB}=2\overrightarrow{PD}-2\overrightarrow{PA}$.

$\therefore 3\overrightarrow{BA}=2\overrightarrow{AD}$，　$\therefore 3x_1=-2x_2$.

$\therefore \frac{1}{3}x_2=-\frac{18k}{9k^2+5}$，$-\frac{2}{3}{x_2}^2=-\frac{36}{9k^2+5}$.

$(-\frac{54k}{9k^2+5})^2=\frac{54}{9k^2+5}$，解得 $k=\pm\frac{1}{3}$.

$\therefore$ 直线 m 的方程为 $y=\pm\frac{1}{3}x+1$，即 $x-3y+3=0$ 或 $x+3y-3=0$.

21．解：（1）$\because f(x)=\ln x-2x$，$\therefore f'(x)=\frac{1}{x}-2$.

$\therefore$ 令 $f'(x)=0$，得 $x=\frac{1}{2}$.

当 $x<\frac{1}{2}$ 时，$f'(x)>0$，当 $x>\frac{1}{2}$ 时，$f'(x)<0$.

$\therefore f(x)$ 单调递增区间为 $(0,\frac{1}{2})$.单调减区间为 $(\frac{1}{2},+\infty)$.

（2）已知 $g(x)=\ln x+mx^2-2mx-x$，

$g'(x)=\frac{1}{x}+2mx-2m-1=\frac{(2mx-1)(x-1)}{x}$.

①当 $m\leqslant 0$ 时，$g(x)$ 单调递增区间为 $(0,1)$，单调递减区间为 $(1,\mathrm{e})$，
$g(x)$ 最大值为 $g(1)=-1-m=1$，　$\therefore m=-2$.

②当 $0<m<\frac{1}{2\mathrm{e}}$ 即 $\frac{1}{2m}>\mathrm{e}$ 时，$g(x)$ 单调递增区间为 $(0,1)$，单调递减区间为 $(1,\mathrm{e})$，$g(x)$ 最大值为 $g(1)=\ln 1+m-(2m+1)<0$，不合题意.

③当 $\frac{1}{2\mathrm{e}}\leqslant m<\frac{1}{2}$ 即 $1<\frac{1}{2m}\leqslant\mathrm{e}$ 时，$g(x)$ 单调递增区间为 $(0,1)$ $(\frac{1}{2m},\mathrm{e})$，单调递减区间为 $(1,\frac{1}{2m})$. $g(x)$ 最大值可能在 $x=1$ 或 $x=\mathrm{e}$ 处取得.

所以$g(\mathrm{e})=\ln\mathrm{e}+m\mathrm{e}^2-(2m+1)\mathrm{e}=1$，解得$m=\dfrac{1}{\mathrm{e}-2}\notin(\dfrac{1}{2\mathrm{e}},\dfrac{1}{2})$不合题意.

∴综上所述，$m=-2$.

22．解：(1) $(3,\dfrac{\pi}{2})$化为直角坐标为$(0,3)$，$(3\sqrt{2},\dfrac{3\pi}{4})$化为直角坐标为$(-3,3)$，

∴圆的半径为3，

∴曲线C的直角坐标方程为$x^2+(y-3)^2=9$．∴曲线C的极坐标方程为$\rho=6\sin\theta$.

(2) $OM=\rho_M=6\sin\alpha$　　$ON=\rho_N=6\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{3})$

$$S_{\triangle MON}=\frac{1}{2}\times6\sin\alpha\times6\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})\times\sin\frac{\pi}{3}=9\sqrt{3}\sin\alpha(\frac{1}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha)$$

$$=\frac{9\sqrt{3}}{2}(\sin^2\alpha+\sqrt{3}\sin\alpha\cos\alpha)=\frac{9\sqrt{3}}{2}(\frac{1-\cos2\alpha}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin2\alpha)$$

$$=\frac{9\sqrt{3}}{2}\left[\sin(2\alpha+\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}\right]\leqslant\frac{27\sqrt{3}}{4}$$

当$2\alpha+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$时，即$\alpha=\dfrac{\pi}{3}$时取等.

23．解：(1) 由题意得

$\begin{cases}x\geqslant2,\\(x-2)-(2x-1)+1\geqslant0\end{cases}$，或者$\begin{cases}\dfrac{1}{2}<x<2,\\(2-x)-(2x-1)+1\geqslant0\end{cases}$，

或者$\begin{cases}x\leqslant\dfrac{1}{2},\\(2-x)-(1-2x)+1\geqslant0\end{cases}$，

∴$\begin{cases}x\geqslant2,\\x\leqslant0\end{cases}$，或者$\begin{cases}\dfrac{1}{2}<x<2,\\x\leqslant\dfrac{4}{3}\end{cases}$，或者$\begin{cases}x\leqslant\dfrac{1}{2},\\x\geqslant-2\end{cases}$，∴$\dfrac{1}{2}<x\leqslant\dfrac{4}{3}$ 或者$-2\leqslant x\leqslant\dfrac{1}{2}$.

∴不等式的解集为$\left[-2,\dfrac{4}{3}\right)$　　∴$t=-2$.

(2) 由（1）知m，$n\in(2,+\infty)$，设$x=m-2$，$y=n-2$.

∵$m+n=5$，　∴$x+y=1$.

∴$z=\dfrac{n^2}{m-2}+\dfrac{m^2}{n-2}=\dfrac{(y+2)^2}{x}+\dfrac{(x+2)^2}{y}=\dfrac{(3-x)^2}{x}+\dfrac{(3-y)^2}{y}=x+\dfrac{9}{x}-6+y+\dfrac{9}{y}-6$，

$z=\dfrac{9}{x}+\dfrac{9}{y}-11=(\dfrac{9}{x}+\dfrac{9}{y})(x+y)-11=\dfrac{9y}{x}+\dfrac{9x}{y}+7\geqslant2\sqrt{9\times9}+7=25$.

当$x=y$时，即$m=n$时等号成立，所以z的最小值为25.