成都石室中学高2023届高考适应性考试(一)

理科数学

（全卷满分150分，考试时间120分钟）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在本试卷和答题卡相应位置上.

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案. 答案不能答在试卷上.

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答. 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答无效.

4. 考生必须保证答题卡的整洁. 考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷(选择题，共60分)

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题列出的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的.

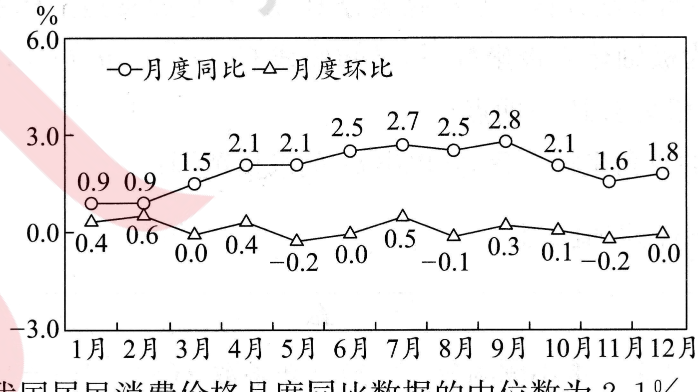
1. 设集合 $A=\{x\mid \log_{0.5}(x-1)>0\}$，$B=\{x\mid 2^x<4\}$，则

A. $A=B$　　B. $A\supseteq B$　　C. $A\cap B=B$　　D. $A\cup B=B$

2. 已知复数 $z=\dfrac{5\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}$，则共轭复数 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 在统计中，月度同比是指本月和上一年同月相比较的增长率，月度环比是指本月和上一个月相比较的增长率. 如图，是2022年1月至2022年12月我国居民消费价格月度涨跌幅度统计图，则以下说法错误的是



A. 在这12个月中，我国居民消费价格月度同比数据的中位数为2.1%

B. 在这12个月中，月度环比数据为正数的个数比月度环比数据为负数的个数多3

C. 在这12个月中，我国居民消费价格月度同比数据的均值为1.85%

D. 在这12个月中，我国居民消费价格月度环比数据的众数为0.0%

4. 设 $(1+x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$，若 $a_2=a_3$，则 $n=$

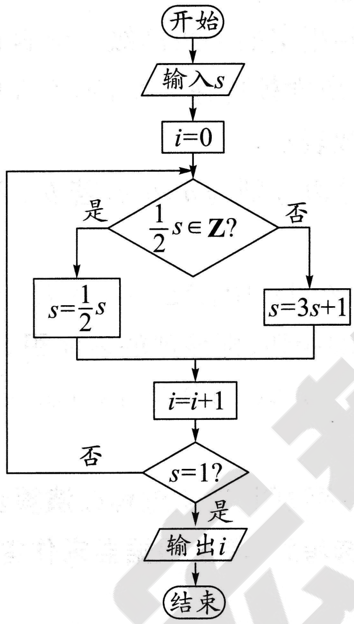
A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

5. 函数 $f(x)=\sin 2x\cdot\tan x$ 是

A. 奇函数，且最小值为 0　　B. 偶函数，且最大值为 2

C. 奇函数，且最大值为 2　　D. 偶函数，且最小值为 0

6. 考拉兹猜想由德国数学家洛塔尔·考拉兹在 20 世纪 30 年代提出，其内容是：任意正整数 s，如果 s 是奇数就乘 3 加 1，如果 s 是偶数就除以 2，如此循环，最终都能够得到 1. 如图所示的程序框图演示了考拉兹猜想的变换过程. 若输入 s 的值为 5，则输出 i 的值为



A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

7. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$ 对称，且 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{5\pi}{48}\right)$ 上单调，则 ω 的取值集合为

A. $\{2\}$　　B. $\{8\}$　　C. $\{2,8\}$　　D. $\{2,8,14\}$

8. 已知 $a>1,b>1,a^3b=100$，则 $\log_a 10+3\log_b 10$ 的最小值为

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 12

9. 过原点的直线与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 交于 A,B 两点，以 AB 为直径的圆恰好经过双曲线的右焦点 F，若 $\triangle ABF$ 的面积为 $4a^2$，则双曲线的渐近线方程为

A. $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$　　B. $y=\pm\frac{1}{2}x$　　C. $y=\pm x$　　D. $y=\pm 2x$

10. 若 $a=\sqrt{2},b=e^{\frac{1}{e}},c=\pi^{\frac{1}{\pi}}$，则

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<b<a$　　D. $c<a<b$

11. 已知椭圆 $\Gamma:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，过原点的直线交椭圆于 A,B 两点，且点 A 在第一象限，由点 A 向 x 轴作垂线，垂足为 C，连接 BC 交椭圆于点 D，若 $\triangle ABD$ 为直角三角形，则该椭圆的离心率为

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

12. 直线 l 过抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F，且与抛物线 C 交于 A，B 两点，抛物线 C 的准线上一点 $M(-1,-1)$ 满足 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$，则 $|AB|=$

A. 6　　B. 5　　C. $4\sqrt{2}$　　D. $3\sqrt{2}$

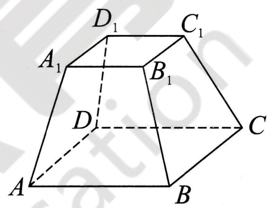
第Ⅱ卷(非选择题，共 90 分)

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 某高校哲学专业的 4 名研究生到指定的 4 所高级中学宣讲习近平新时代中国特色社会主义思想. 若他们每人都随机地从 4 所学校选择一所，则 4 人中至少有 2 人选择到同一所学校的概率是____▲____.（结果用最简分数表示）

14. 已知△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $b+2\cos B+b\cos A=6$，$a=2$，则△ABC 面积的最大值为____▲____.

15. 如图，在正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=4$，$A_1B_1=2$，若半径为 r 的球 O 与该正四棱台的各个面均相切，则该球的表面积 $S=$____▲____.

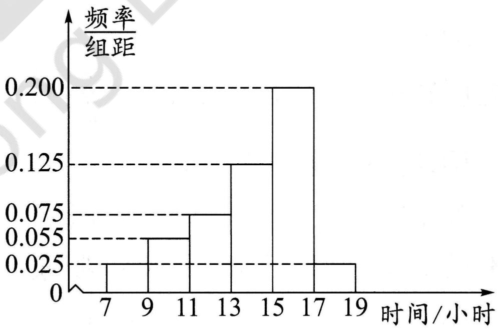


16. 若关于 x 的不等式 $xe^x-ax-a\ln x\geq 0$ 对任意 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，则实数 a 的最大值是____▲____.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答；第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)“双减”政策执行以来，中学生有更多的时间参加志愿服务和体育锻炼等课后活动. 某校为了了解学生课后活动的情况，从全校学生中随机选取 100 人，统计了他们一周参加课后活动的时间(单位：小时)，分别位于区间 $[7,9)$，$[9,11)$，$[11,13)$，$[13,15)$，$[15,17)$，$[17,19]$，用频率分布直方图表示如图所示. 假设用频率估计概率，且每个学生参加课后活动的时间相互独立.



(Ⅰ)估计全校学生一周参加课后活动的时间位于区间 $[13,17)$ 的概率；

(Ⅱ)从全校学生中随机选取 3 人，记 ξ 表示这 3 人一周参加课后活动的时间在区间 $[15,17)$ 的人数，求 ξ 的分布列和数学期望 $E\xi$；

(Ⅲ)设全校学生一周参加课后活动的时间的众数、中位数、平均数的估计值分别为 a，b，c，请直接写出这三个数的大小关系.(样本中同组数据用区间的中点值替代)

▲

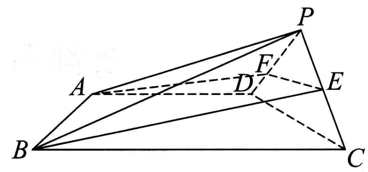
18. (本小题满分 12 分)已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=Aq^n+B$，其中 A，B，q 为常数.

(Ⅰ)若 $A+B=0$，求证：数列 $\{a_n\}$ 是等比数列；

(Ⅱ)若 $a_1=1$，$a_{n+2}=4a_n$，求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

▲

19. (本小题满分 12 分)如图，四棱锥 $P-ABCD$，$\angle ABC=90^\circ$，$AD /\!/ BC$，且 $AD=AB=\frac{1}{2}BC=2$，平面 $PCD\perp$ 平面 $ABCD$，且 $\triangle PDC$ 是以 $\angle DPC$ 为直角的等腰直角三角形，其中 E 为棱 PC 的中点，点 F 在棱 PD 上，且 $PF=2FD$.



(Ⅰ)求证：A,B,E,F 四点共面；

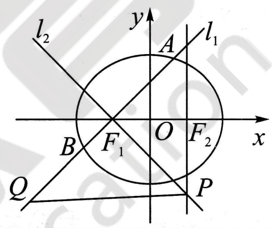
(Ⅱ)求平面 PAB 与平面 PBC 夹角的余弦值.

▲

20. (本小题满分 12 分)已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率 $e=\frac{1}{2}$，点 F_1,F_2 为椭圆 C 的左、右焦点，且经过点 $F_1(-c,0)$ 的最短弦长为 3.

(Ⅰ)求椭圆 C 的方程；

(Ⅱ)如图，过点 F_1 分别作两条互相垂直的直线 l_1,l_2，且直线 l_1 与椭圆 C 交于不同两点 A,B，直线 l_2 与直线 $x=c$ 交于点 P，若 $\overrightarrow{AF_1}=\lambda\overrightarrow{F_1B}$，且点 Q 满足 $\overrightarrow{QA}=\lambda\overrightarrow{QB}$，求 $|PQ|$ 的最小值.



▲

21. (本小题满分 12 分)已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}ax^3+x$，函数 $g(x)=e^x-2x+\sin x$.

(Ⅰ)求函数 $g(x)$ 的单调区间；

(Ⅱ)记 $F(x)=g(x)-f'(x)$，对任意的 $x\geqslant 0$，$F(x)\geqslant 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

▲

(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，那么按所做的第一题计分.

22. [选修 4－4：坐标系与参数方程](本小题满分 10 分)在平面直角坐标系 xOy 中，以原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知曲线 $C_1:\theta=\theta_0(\theta_0\in(0,\pi),\rho\geqslant 0)$，与曲线 $C_2:\rho^2-4\rho\sin\theta+3=0$ 相交于 P,Q 两点.

(Ⅰ)写出曲线 C_2 的直角坐标方程，并求出 θ_0 的取值范围；

(Ⅱ)求 $\frac{1}{|OP|}+\frac{1}{|OQ|}$ 的取值范围.

▲

23. [选修 4－5：不等式选讲](本小题满分 10 分)已知函数 $f(x)=2|x-1|+|x-m|(x\in\mathbf{R})$，不等式 $f(x)<7$ 的解集为 $\left(-\frac{2}{3},4\right)$.

(Ⅰ)求 m 的值；

(Ⅱ)若三个实数 a,b,c，满足 $a+b+c=m$，求证：$(a+c)^2+(a+b+2c)^2+(2a+b+c)^2\geqslant 4m$.

▲