

宜宾市普通高中 2020 级高考适应性考试 数学(文史类)

注意事项：

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号. 回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.

3. 本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟. 考试结束后,请将答题卡交回.

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $P = \{x | 0 < \log_2 x < 1\}$, $Q = \{x | x \leq 2\}$, 则

A. $P \cap Q = \emptyset$ B. $P \cup Q = \mathbf{R}$ C. $P \subseteq Q$ D. $Q \subseteq P$

2. 已知复数 $z = 3 + 4i$, 且 $z + a\bar{z} = 9 - 4i$, 其中 a 是实数, 则

A. $a = -2$ B. $a = 2$ C. $a = 1$ D. $a = 3$

3. 抛掷一枚质地均匀的骰子一次, 事件 1 表示“骰子向上的点数为奇数”, 事件 2 表示“骰子向上的点数为偶数”, 事件 3 表示“骰子向上的点数大于 3”, 事件 4 表示“骰子向上的点数小于 3”则

A. 事件 1 与事件 3 互斥 B. 事件 1 与事件 2 互为对立事件
C. 事件 2 与事件 3 互斥 D. 事件 3 与事件 4 互为对立事件

4. 已知 $p: 1 < m < 3$, $q: \frac{x^2}{m-1} + \frac{y^2}{3-m} = 1$ 表示椭圆, 则 p 是 q 的

A. 充要条件 B. 充分不必要条件 C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 已知角 α 的终边上一点的坐标 $(a, 2)$, 其中 a 是非零实数, 则下列三角函数值恒为正的是

A. $\cos \alpha \tan \alpha$ B. $\sin \alpha \cos \alpha$ C. $\sin \alpha \tan \alpha$ D. $\tan \alpha$

6. 已知数列 $\{\frac{1}{2n-11}\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则使得 S_n 最小时的 n 是

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

7. 已知两个平面 α, β , 两条直线 l, m , 则下列命题正确的是

A. 若 $\alpha \perp \beta, l \subset \alpha$, 则 $l \perp \beta$
B. 若 $l \subset \alpha, m \subset \beta, m \perp l$, 则 $\alpha \perp \beta$
C. 若 $l \subset \alpha, m \subset \alpha, m \parallel \beta, l \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
D. 若 l, m 是异面直线, $l \subset \alpha, l \parallel \beta, m \subset \beta, m \parallel \alpha$, 则 $\alpha \parallel \beta$

8. 若函数 $f(x) = \begin{cases} (x-m)^2 - 2, & x < 0 \\ 2x^3 - 3x^2, & x \geq 0 \end{cases}$ 的最小值是 -2 , 则实数 m 的取值范围是

A. $m < 0$ B. $m \leq 0$ C. $m > 0$ D. $m \geq 0$

9. 已知点 M 是圆 $C: (x-4)^2 + y^2 = 4$ 上的一个动点, 点 N 是直线 $y = x$ 上除原点 O 外的任意一点, 则向量 $\overrightarrow{OM}$ 在向量 $\overrightarrow{ON}$ 上的投影的最大值是
- A. $2\sqrt{2} + 2$ B. $2\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2} + 2$ D. $3\sqrt{2}$
10. 已知曲线 $C: y = \ln x$, 直线 $l: y = 2x$, 垂直于 y 轴的直线分别与 C, l 交于 M, N 两点, 则 $|MN|$ 的最小值是
- A. $\frac{1 - \ln 2}{2}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{5}(1 - \ln 2)}{5}$ D. $\frac{1 + \ln 2}{2}$
11. 如图1, 水平放置的正方体容器中注入了一定量的水, 现将该正方体容器的一个顶点固定在地面上, 使得 DA, DB, DC 三条棱与地面所成角均相等, 此时水平面为 HJK , 如图2所示. 若在图2中 $\frac{DH}{DA} = \frac{1}{2}$, 则在图1中 $\frac{EF}{EG} =$

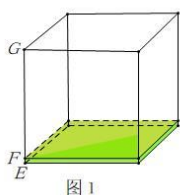


图1

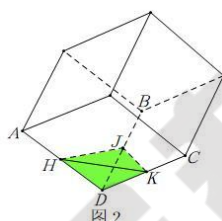


图2

- A. $\frac{4}{27}$ B. $\frac{1}{16}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{48}$
12. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对边分别记为 a, b, c , 若 $b = 2a, c = 2$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值是
- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

二、填空题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, 若 $a_2 = -2, a_6 = -8$, 则 $a_4 =$ _____.
14. 甲, 乙, 丙 3 名大学生分到 A, B 两个学校实习, 每个学校至少分到 1 人, 则甲, 乙二人在同一个学校实习的概率是 _____.
15. 音乐是由不同频率的声音组成的. 若音 1(do) 的音阶频率为 f , 则简谱中七个音 1(do), 2(re), 3(mi), 4(fa), 5(so), 6(la), 7(si) 组成的音阶频率分别是 $f, \frac{9}{8}f, \frac{81}{64}f, \frac{4}{3}f, \frac{3}{2}f, \frac{27}{16}f, \frac{243}{128}f$, 其中后一个音阶频率与前一个音阶频率的比是相邻两个音的台阶. 上述七个音的台阶只有两个不同的值, 记为 $\alpha, \beta (\alpha > \beta)$, α 称为全音, β 称为半音, 则 $\lg \alpha^5 + \lg \beta^2 - \lg 2 =$ _____.
16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左, 右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, 过 F_2 作渐近线的垂线交 C 于 A, B 两点, 若 $|AB| = 3$, 则 $\triangle ABF_1$ 的周长为 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必做题: 共 60 分.

17. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对边分别记为 a, b, c , $\frac{\sin A}{1 - \cos A} = \frac{\sin 2B}{1 + \cos 2B}$.

(1) 证明: $B = C$;(2) 求 $\frac{2a+b}{c} + \frac{1}{\cos B}$ 的最小值.

18. (12分)

近几年,在缺“芯”困局之下,国产替代的呼声愈发高涨,在国家的政策扶持下,国产芯片厂商呈爆发式增长. 为估计某地芯片企业的营业收入,随机选取了10家芯片企业,统计了每家企业的研发投入(单位:亿)和营业收入(单位:亿),得到如下数据:全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》

样本号 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
研发投入 x_i	2	2	4	6	8	10	14	16	18	20
营业收入 y_i	14	16	30	38	50	60	70	90	102	130

并计算得 $\sum_{i=1}^{10} x_i = 100$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 600$, $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 1400$, $\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 49200$, $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 8264$.

(1) 求该地芯片企业的研发投入与营业收入的样本相关系数 r , 并判断这两个变量的相关性强弱(若 $0.30 \leq |r| < 0.75$, 则线性相关程度一般, 若 $|r| \geq 0.75$, 则线性相关程度较高, r 精确到 0.01);

(2) 现统计了该地所有芯片企业的研发投入, 并得到所有芯片企业的研发投入总和为 268 亿, 已知芯片企业的研发投入与营业收入近似成正比. 利用以上数据给出该地芯片企业的总营业收入的估计值.

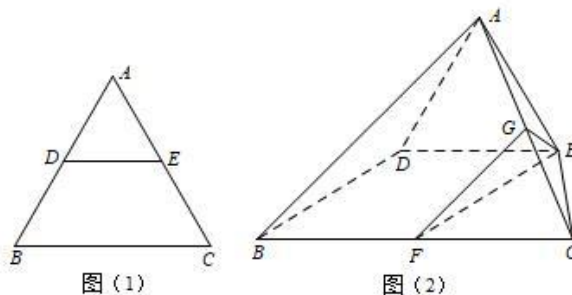
附: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$, $\sqrt{33} \approx 5.745$.

19. (12分)

如图(1), 在边长为4的正三角形 ABC 中, D, E 分别为 AB, AC 中点, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起, 使二面角 $A-DE-B$ 为直二面角, 如图(2), 连接 AB, AC .

(1) 求四棱锥 $A-BCED$ 的体积;

(2) 在图(2)中, 过点 E 作平面 EFG 与平面 ABD 平行, 分别交 BC, AC 于 F, G .

求证: $EG \perp$ 平面 ABC .

20. (12分)

已知点 A 在 y 轴右方, 点 B , 点 C 的坐标分别为 $(-1, 0)$, $(1, 0)$, 直线 AB , AC 的斜率之积是 3.

(1) 求点 A 的轨迹 D 的方程;

(2) 若抛物线 $x^2 = 2py$ ($p > 0$) 与点 A 的轨迹 D 交于 E, F 两点, 判断直线 EF 是否过定点? 若过定点, 求出定点坐标; 若不过定点, 请说明理由.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{a+1}{2}x^2 + ax + 1$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $x_1, x_2 \in [0, 3]$, $|f(x_1) - f(x_2)| < \frac{27}{2}$, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选做题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中, 曲线 E 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{2} + \cos\theta \\ y = \sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数). 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴, 建立极坐标系, 射线 $l_1: \theta = \beta$ ($-\frac{\pi}{4} < \beta < 0$) 与 E 交于 A, B 两点, 射线 $l_2: \theta = \beta + \frac{\pi}{4}$ 与 E 交于 C, D 两点.

(1) 求曲线 E 的极坐标方程;

(2) 求 $\frac{|OC| + |OD|}{|OA| + |OB|}$ 的取值范围.

23. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = 2\sqrt{x^2 + 2ax + a^2} - 2|x - b|$ ($a > 0, b > 0$) 的最大值为 2.

(1) 求 $a + b$ 的值;

(2) 证明: $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{4}{(3a+1)b} \geq 12$.