南充市高2023届高考适应性考试（二诊）

理科数学

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

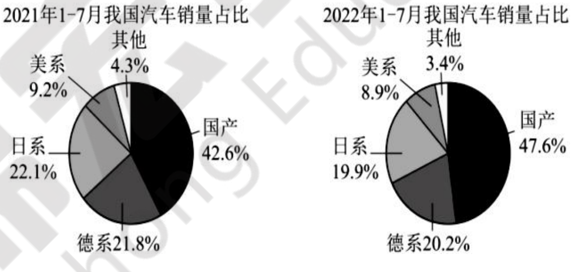
1．复数z满足:$(z-i)(1+3i)=10$，则$z=$（　　）

A．$1+2i$　　B．$-1+2i$　　C．$1-2i$　　D．$-1-2i$

2．已知集合$A=\{x|-4<x<2\}$，$B=\{x|x^2-x-6\le 0\}$，则$A\cup B=$（　　）

A．$\{x|-4<x\le 3\}$　　B．$\{x|-4<x\le -2\}$　　C．$\{x|-2\le x<2\}$　　D．$\{x|2<x\le 3\}$

3．近年来国产品牌汽车发展迅速，特别是借助新能源汽车发展的东风，国产品牌汽车销量得到了较大的提升.如图是2021年1-7月和2022年1-7月我国汽车销量占比饼状图，已知2022年1-7月我国汽车总销量为1254万辆，比2021年增加了99万辆，则2022年1-7月我国汽车销量与2021年1-7月相比，下列说法正确的是（　　）



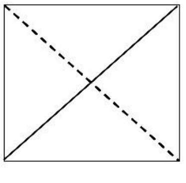
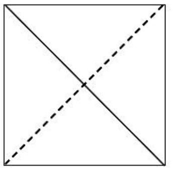
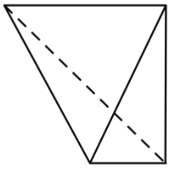
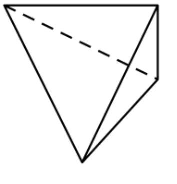
A．日系汽车销量占比变化最大　　B．国产汽车销量占比变大了

C．德系汽车销量占比下降最大　　D．美系汽车销量变少了

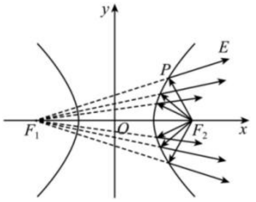
4．已知角α的顶点为坐标原点，始边与x轴的非负半轴重合，终边经过点$P(-4,3)$，则$\sin(\frac{\pi}{2}+2\alpha)=$（　　）

A．$-\frac{24}{25}$　　B．$-\frac{7}{25}$　　C．$\frac{7}{25}$　　D．$\frac{24}{25}$

5．一个四面体的顶点在空间直角坐标系$O-xyz$中的坐标分别是$(0,0,1)$，$(1,1,0)$，$(0,1,1)$，$(0,0,0)$，画该四面体三视图中的正视图时，以yOz平面为投影面，则正视图可以为（　　）

A．　B．　C．　D．

6．智慧的人们在进行工业设计时，巧妙地利用了圆锥曲线的光学性质，比如电影放映机利用椭圆镜面反射出聚焦光线，探照灯利用抛物线镜面反射出平行光线.如图，从双曲线右焦点 F_2 发出的光线通过双曲线镜面反射，且反射光线的反向延长线经过左焦点 F_1．已知入射光线 F_2P 斜率为 $-\sqrt{3}$，且 F_2P 和反射光线 PE 互相垂直（其中 P 为入射点），则双曲线的离心率为（　　）



A．$\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$2+\sqrt{3}$　　D．$1+\sqrt{3}$

7．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_1=1$，$a_{n+1}=3S_n\left(n\geq 1\right)$，则 S_{2023} 等于（　　）

A．4^{2022}　　B．4^{2023}　　C．$\dfrac{4^{2022}-1}{3}$　　D．$\dfrac{4^{2023}-1}{3}$

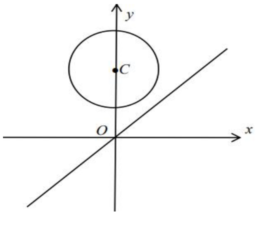
8．在二项式 $\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^n$ 的展开式中，二项式的系数和为256，把展开式中所有的项重新排成一列，有理项都互不相邻的概率为（　　）

A．$\dfrac{1}{6}$　　B．$\dfrac{1}{4}$　　C．$\dfrac{5}{12}$　　D．$\dfrac{1}{3}$

9．在 ΔABC 中，内角 A，B，C 的对应边分别为 a，b，c，已知 $b\sin(B+C)=a\sin\dfrac{A+C}{2}$，且 ΔABC 的面积为 $\sqrt{3}$，则 ΔABC 周长的最小值为（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．6　　C．$6\sqrt{2}$　　D．$6+2\sqrt{3}$

10．如图，已知点 P 是圆 $C:x^2+(y-3)^2=1$ 上的一个动点，点 Q 是直线 $x-y=0$ 上的一个动点，O 为坐标原点，则向量 $\overline{OP}$ 在向量 $\overline{OQ}$ 上的投影的最大值是（　　）



A．$1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B．3　　C．$2\sqrt{2}$　　D．$1+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

11．已知函数 $h(x)=(\dfrac{\ln x}{x})^2-(1-2t)\dfrac{\ln x}{x}+1-2t$ 有三个不同的零点 x_1，x_2，x_3，且 $x_1<x_2<x_3$．则实数 $(1-\dfrac{\ln x_1}{x_1})\sqrt{(1-\dfrac{\ln x_2}{x_2})\cdot(1-\dfrac{\ln x_3}{x_3})}$ 的值为（　　）

A．$1-t$　　B．$t-1$　　C．-1　　D．1

12．设定义在 **R** 上的函数 $f\left(x\right)$ 与 $g\left(x\right)$ 的导函数分别为 $f'(x)$ 和 $g'(x)$．若 $f\left(x\right)-g\left(4-x\right)=2$，$g'(x)=f'(x-2)$，且 $f\left(x+2\right)$ 为奇函数，则下列说法中一定正确的是（　　）

A．$\sum\limits_{k=1}^{2023}f(k)=0$　　B．$\sum\limits_{k=1}^{2023}g(k)=0$

C．$\forall x\in R, f(2+x)+f(-x)=0$　　D．$g\left(3\right)+g\left(5\right)=4$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．设随机变量 X 服从正态分布 $N(0,1)$，若 $P\left(X \le x_0\right)=0.8$，则 $P\left(|X| \le x_0\right)=$________．

14．已知直线 $y=\frac{3}{2}x-m$ 与曲线 $y=\frac{1}{2}x+\ln x$ 相切，则 m 的值为________．

15．设 A，B 是抛物线 C：$x^2=4y$ 上的两个不同的点，O 为坐标原点，若直线 OA 与 OB 的斜率之积为 $-\frac{1}{2}$，则直线 AB 恒过定点，定点坐标为________．

16．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，点 P 满足 $\overrightarrow{CP}=\lambda\overrightarrow{CD}+\mu\overrightarrow{CC_1}$，其中 $\lambda\in[0,1],\mu\in[0,1]$，有以下结论：

①．当 $B_1P//$ 平面 A_1BD 时，B_1P 与 CD_1 所成夹角可能为 $\frac{5\pi}{12}$；

②．当 $\lambda=\mu$ 时，$\left|\overrightarrow{DP}\right|+\left|\overrightarrow{A_1P}\right|$ 的最小值为 $\sqrt{2+\sqrt{2}}$；

③．当 $\lambda=1$ 时，在正方体中经过点 A_1，P，C 的截面面积的取值范围为 $\left[\frac{\sqrt{6}}{2},\sqrt{2}\right]$；

④．若 B_1P 与平面 CC_1D_1D 所成角为 $\frac{\pi}{4}$，则点 P 的轨迹长度为 π．

则所有正确结论的序号是________．

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分

17．已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n.从下面①②中选择其中一个作为条件解答试题，若选择不同条件分别解答，则按第一个解答计分.

①数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，$S_2=6$，且 $4a_2$，$2a_3$，a_4 成等差数列；

②数列 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列，$a_1a_4=32$，$a_2+a_3=12$；

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)已知数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项的和为 T_n，且 $b_n=\frac{1}{\left(\log_2 a_n\right)\cdot\left(\log_2 a_{n+1}\right)}$.证明：$T_n<1$.

18．某甜品屋店庆当天为酬谢顾客，当天顾客每消费满一百元获得一次抽奖机会，奖品分别为价值 5 元，10 元，15 元的甜品一份，每次抽奖，抽到价值为 5 元，10 元，15 元的甜品的概率分别为 $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{6}$，且每次抽奖的结果相互独立.

(1)若某人当天共获得两次抽奖机会，设这两次抽奖所获甜品价值之和为 X 元，求 X 的分布列与期望.

(2)某大学“爱牙协会”为了解“爱吃甜食”与青少年“蛀牙”情况之间的关系，随机对 200 名青少年展开了调查，得知这 200 个人中共有 120 个人“有蛀牙”，其中“不爱吃甜食”且“有蛀牙”的有 30 人，“不爱吃甜食”且“无蛀牙”的有 50 人.有 2×2 列联表：

	有蛀牙	无蛀牙	合计
爱吃甜食			
不爱吃甜食			
合计			

完成上面的列联表，根据独立性检验，能否有 99.5%的把握认为“爱吃甜食”与青少年“蛀牙”有关？

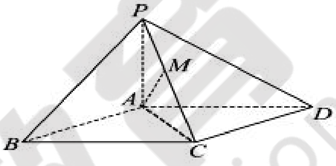
附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\ge k)$	0.05	0.01	0.005
k	3.841	6.635	7.879

19．在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，$\angle ABC=60°$，$PB=PD$，$PA\perp AC$.

(1)证明：$BD\perp$ 平面PAC；

(2)若 $PA=\sqrt{3}$，是否存在常数 $\lambda\in[0,1]$，满足 $\overrightarrow{CM}=\lambda\overrightarrow{CP}$，且直线 AM 与平面 PBC 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{14}}{4}$？若存在，求出点 M 的位置；若不存在，请说明理由.

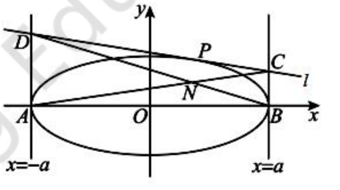


20．如图，已知 A，B 分别为椭圆 M：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右顶点，$P(x_0,y_0)$ 为椭圆 M 上异于点 A，B 的动点，若 $AB=4$，且 ΔABP 面积的最大值为 2.

(1)求椭圆 M 的标准方程；

(2)已知直线 l 与椭圆 M 相切于点 $P(x_0,y_0)$，且 l 与直线 $x=a$ 和 $x=-a$ 分别相交于 C，D 两点，记四边形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 N.

问：是否存在两个定点 F_1，F_2，使得 $|NF_1|+|NF_2|$ 为定值？若存在，求 F_1，F_2 的坐标；若不存在，说明理由.



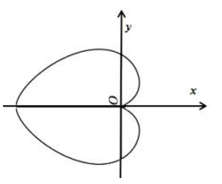
21．已知函数 $f(x)=e^x-mx^2(m\in R)$，其中 e 为自然对数的底数.

(1)若函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 有 2 个极值点，求 m 的取值范围；

(2)若函数 $h(x)=f'(x)-2n\sin x$ 在 $(0,+\infty)$ 有零点，求证：$m^2+n^2>\dfrac{e}{4}$.

（二）、在选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22．数学中有许多美丽的曲线，如在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $E:x^2+y^2=a(\sqrt{x^2+y^2}-x)$，（$a>0$）的形状如心形（如图），我们称这类曲线为笛卡尔心形曲线．以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，当 $a=1$ 时.



(1)求曲线 E 的极坐标方程；

(2)已知 P，Q 为曲线 E 上异于 O 的两点，且 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=0$，求 $|PQ|$ 的最大值

23．已知 $m>0,n>0$，函数 $f(x)=|x+m|+|x-n|+1$ 的最小值为 3.

(1)求 $m+n$ 的值；

(2)求证：$n+\log_{\frac{3}{2}}\left(\dfrac{1}{2m}+\dfrac{2}{n}\right)\ge 4-m$.