南充市高2023届高考适应性考试（二诊）

文科数学

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．复数z满足:$(z-i)(1+3i)=10$，则$z=$（　　）

A．$1+2i$　　B．$1-2i$　　C．$-1+2i$　　D．$-1-2i$

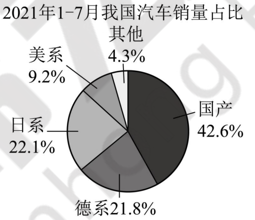
2．已知集合$A=\{x|-4<x<2\}$，$B=\{x|x^2-x-6\le 0\}$，则$A\cup B=$（　　）

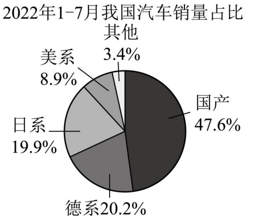
A．$\{x|-4<x\le 3\}$　　B．$\{x|-4<x\le -2\}$　　C．$\{x|-2\le x<2\}$　　D．$\{x|2<x\le 3\}$

3．已知角α的顶点为坐标原点，始边与x轴的非负半轴重合，终边经过点$P(-4,3)$，则$\cos 2\alpha=$（　　）

A．$-\dfrac{24}{25}$　　B．$-\dfrac{7}{25}$　　C．$\dfrac{7}{25}$　　D．$\dfrac{24}{25}$

4．近年来国产品牌汽车发展迅速，特别是借助新能源汽车发展的东风，国产品牌汽车销量得到了较大的提升.如图是2021年1-7月和2022年1-7月我国汽车销量占比饼状图，已知2022年1-7月我国汽车总销量为1254万辆，比2021年增加了99万辆，则2022年1-7月我国汽车销量与2021年1-7月相比，下列说法正确的是（　　）





A．日系汽车销量占比变化最大　　B．德系汽车销量占比下降最大

C．美系汽车销量变少了　　D．国产汽车销量占比变大了

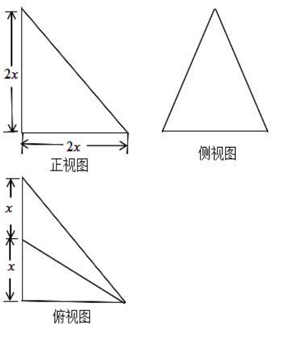
5．某三棱锥的三视图如图所示，已知它的体积为$\dfrac{32}{3}$，则图中x的值为（　　）

A．1

B．$\sqrt[3]{2}$

C．2

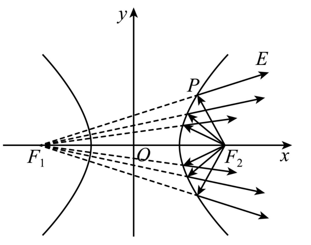
D．$2\sqrt{2}$



6．某高中准备选拔x名男生和y名女生去参加数学兴趣小组，若x，y满足约束条件$\begin{cases}2x-y\ge 4\\2y\ge x-2\\x\le 6\end{cases}$，则该数学兴趣小组最多可以选拔学生（　　）

A.8人　　B.10人　　C.12人　　D.14人

7．智慧的人们在进行工业设计时，巧妙地利用了圆锥曲线的光学性质，比如电影放映机利用椭圆镜面反射出聚焦光线，探照灯利用抛物线镜面反射出平行光线．如图，从双曲线右焦点 F_2 发出的光线通过双曲线镜面反射，且反射光线的反向延长线经过左焦点 F_1．已知入射光线 F_2P 斜率为 $-\sqrt{3}$，且 F_2P 和反射光线 PE 互相垂直（其中 P 为入射点），则双曲线的离心率为（　　）



A．$1+\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{2}$

C．$2+\sqrt{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

8．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_1=1$，$a_{n+1}=3S_n\left(n\geq 1\right)$，则 S_{2023} 等于（　　）

A．$\dfrac{4^{2022}-1}{3}$　　B．$\dfrac{4^{2023}-1}{3}$　　C．4^{2022}　　D．4^{2023}

9．在 ΔABC 中，a，b，c 分别是角 A，B，C 的对边，若 $b^2+c^2=2023a^2$，则 $\dfrac{2\sin B\sin C}{\tan A\cdot\sin A}$ 的值为（　　）

A．2021　　B．2022　　C．2023　　D．2024

10．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，P 是空间中任意一点，则下列说法中错误的是（　　）

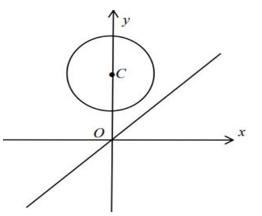
A．该正方体外接球的体积为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pi$

B．若 M 是棱 C_1D_1 中点，则异面直线 AM 与 CC_1 夹角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

C．若点 P 在线段 AD_1 上运动，则始终有 $C_1P\perp CB_1$

D．若点 P 在线段 AD_1 上运动，则三棱锥 $D-BPC_1$ 体积为定值 $\dfrac{1}{6}$

11．如图，已知点 P 是圆 $C: x^2+(y-3)^2=1$ 上的一个动点，点 Q 是直线 $x-y=0$ 上的一个动点，O 为坐标原点，则向量 $\overline{OP}$ 在向量 $\overline{OQ}$ 上的投影的最大值是（　　）



A．$1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B．3

C．$2\sqrt{2}$　　D．$1+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

12．已知函数 $h(x)=(\dfrac{\ln x}{x})^2-(1-2t)\dfrac{\ln x}{x}+1-2t$ 有三个不同的零点 x_1，x_2，x_3，且 $x_1<x_2<x_3$．则实数 $(1-\dfrac{\ln x_1}{x_1})\sqrt{(1-\dfrac{\ln x_2}{x_2})\cdot(1-\dfrac{\ln x_3}{x_3})}$ 的值为（　　）

A．$1-t$　　B．$t-1$　　C．-1　　D．1

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．已知向量 $\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(-1,2)$，则 $|\vec{a}+\vec{b}|$ 的值为_________．

14．已知直线 $y=\frac{3}{2}x-m$ 与曲线 $y=\frac{1}{2}x+\ln x$ 相切，则 m 的值为_________．

15．设 A，B 是抛物线 C：$x^2=4y$ 上的两个不同的点，O 为坐标原点，若直线 OA 与 OB 的斜率之积为 $-\frac{1}{2}$，则直线 AB 恒过定点，定点坐标为_________．

16．设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 和 $g(x)$．若 $f(x)-g(4-x)=2$，$g(x)=f(x-2)-2$，且 $f(x+2)$ 为奇函数，则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2023)=$_________．

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分

17．某大学“爱牙协会”为了解“爱吃甜食”与青少年“蛀牙”情况之间的关系，随机对 200 名青少年展开了调查，得知这 200 个人中共有 120 个人“有蛀牙”，其中“不爱吃甜食”且“有蛀牙”的有 30 人，“不爱吃甜食”且“无蛀牙”的有 50 人.有 2×2 列联表：

	有蛀牙	无蛀牙	总计
爱吃甜食			
不爱吃甜食			
总计			

（1）根据已知条件完成如图所给的 2×2 列联表，并判断是否有 99.5%的把握认为“爱吃甜食”与青少年“蛀牙”有关；

（2）若从“无蛀牙”的青少年中用分层抽样的方法随机抽取 8 人作进一步调查，再从这抽取的 8 人中随机抽取 2 人去担任“爱牙宣传志愿者”，求抽取的 2 人都是“不爱吃甜食”且“无蛀牙”的青少年的概率．

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$．

$P(K^2\geq k)$	0.05	0.01	0.005
k	3.841	6.635	7.879

18．已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n.从下面①②中选择其中一个作为条件解答试题，若选择不同条件分别解答，则按第一个解答计分．

①数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，$S_2=6$，且 $4a_2$，$2a_3$，a_4 成等差数列；

②数列 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列，$a_1a_4=32$，$a_2+a_3=12$．

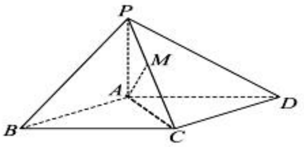
（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）已知数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，且 $b_n=\dfrac{1}{(\log_2 a_n)\cdot(\log_2 a_{n+1})}$.证明：$T_n<1$．

19．在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 6 的菱形，$\angle ABC=60^\circ$，$PB=PD$，$PA\perp AC$．

（1）证明：$BD\perp$ 平面PAC；

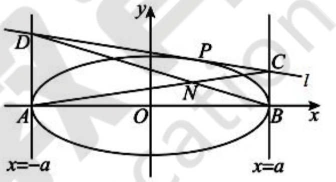
（2）若 $PA=3$，M 为棱 PC 上一点，满足 $\overrightarrow{CM}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{CP}$，求点 A 到平面 MBD 的距离．



20．如图，已知 A，B 分别为椭圆 M：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的左，右顶点，$P(x_0,y_0)$ 为椭圆 M 上异于点 A，B 的动点，若 $AB=4$，且 ΔABP 面积的最大值为 2．

(1)求椭圆 M 的标准方程；

(2)已知直线 l 与椭圆 M 相切于点 $P(x_0,y_0)$，且 l 与直线 $x=a$ 和 $x=-a$ 分别相交于 C，D 两点，记四边形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 N．问：是否存在两个定点 F_1，F_2，使得 $|NF_1|+|NF_2|$ 为定值？若存在，求 F_1，F_2 的坐标；若不存在，说明理由．



21．已知函数 $f\left(x\right)=\mathrm{e}^x-mx^2\,(m\in R,x>0)$，其中 e 为自然对数的底数．

（1）当 $m=0$ 时，设 $g(x)=\dfrac{f\left(x\right)}{x}$，求函数 $g(x)$ 的极值；

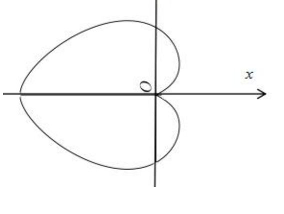
（2）若函数 $h(x)=f'\left(x\right)-2n\sin x$ 在 $(0,+\infty)$ 有零点，求证：$m^2+n^2>\dfrac{e}{4}$．

（二）、在选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22．数学中有许多美丽的曲线，如在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 $E:x^2+y^2=a(\sqrt{x^2+y^2}-x)$，（$a>0$）的形状如心形（如图），我们称这类曲线为笛卡尔心形曲线．以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，当 $a=1$ 时．

（1）求曲线 E 的极坐标方程；

（2）已知 P，Q 为曲线 E 上异于 O 的两点，且 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=0$，求 $|PQ|$ 的最大值．



23．已知 $m>0,n>0$，函数 $f(x)=|x+m|+|x-n|+1$ 的最小值为 3．

（1）求 $m+n$ 的值；

（2）求证：$n+\log_{\frac{3}{2}}\left(\dfrac{1}{2m}+\dfrac{2}{n}\right)\geq 4-m$．