成都石室中学 2022－2023 学年度下期高 2023 届二诊模拟考试

理科数学

（全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在本试卷和答题卡相应位置上.

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案. 答案不能答在试卷上.

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答. 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答无效.

4. 考生必须保证答题卡的整洁. 考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷（选择题，共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题列出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-3x<0\}$，$B=\{x|3^x\geqslant\sqrt{3}\}$，则 $A\cup B=$

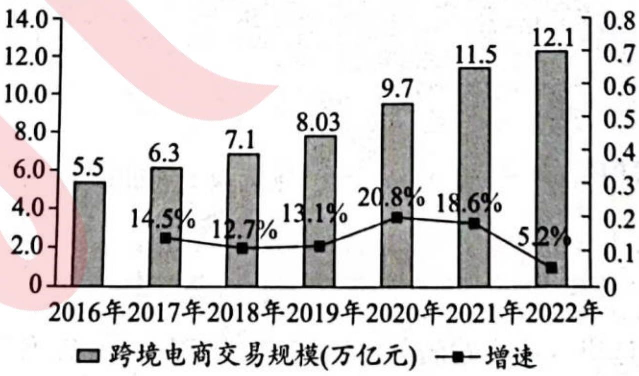
A. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left[\frac{1}{2},3\right)$　　C. $(0,+\infty)$　　D. $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$

2. 已知 z 的共轭复数是 $\bar{z}$，且 $|z|=\bar{z}+1-2\mathrm{i}$（i 为虚数单位），则复数 z 的虚部为

A. $\frac{3}{2}$　　B. $-\frac{3}{2}$　　C. $-2\mathrm{i}$　　D. -2

3. 下图是我国跨境电商在 2016～2022 年的交易规模与增速统计图，则下列结论正确的是

2016～2022 年我国跨境电商交易规模、增速



A. 这 7 年我国跨境电商交易规模的平均数为 8.0 万亿元

B. 这 7 年我国跨境电商交易规模的增速越来越大

C. 这 7 年我国跨境电商交易规模的极差为 7.6 万亿元

D. 图中我国跨境电商交易规模的 6 个增速的中位数为 13.8%

4. 设实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+2\geqslant 0,\\2x-y\leqslant 0,\\2x+3y+6\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的最小值为

A. -8　　B. -6　　C. -4　　D. -2

5. $\left(\frac{1}{x}-2\right)(1-2x)^4$ 的展开式中，常数项为

A. -10　　B. -8　　C. -6　　D. -4

6. 我国古代魏晋时期数学家刘徽用"割圆术"计算圆周率，"割之弥细，所失弥少，割之，又割，以至于不可割，则与圆周合体无所失矣". 刘徽从圆内接正六边形逐次分割，一直分割到圆内接正 3072 边形，用正多边形的面积逼近圆的面积. 利用该方法，由圆内接正 n 边形与圆内接正 $2n$ 边形分别计算出的圆周率的比值为

A. $\sin\left(\frac{180}{n}\right)^\circ$　　B. $\cos\left(\frac{180}{n}\right)^\circ$　　C. $2\sin\left(\frac{360}{n}\right)^\circ$　　D. $2\cos\left(\frac{360}{n}\right)^\circ$

7. 从 0，2，4 中选一个数字，从 1，3，5 中选两个数字，组成无重复数字的三位数，其中奇数的个数为

A. 24　　B. 27　　C. 30　　D. 36

8. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的右焦点为 $F(\sqrt{5},0)$，点 P,Q 在双曲线上，且关于原点 O 对称. 若 $PF\perp QF$，且 $\triangle PQF$ 的面积为 4，则双曲线的离心率为

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. 3

9. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x)+f(-x)=0$，$f(1+x)+f(1-x)=0$，当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)=2^x-\sqrt{5}$，则 $f(\log_4 80)=$

A. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $-\frac{4\sqrt{5}}{5}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

10. 已知抛物线 $C:y^2=8x$ 与直线 $y=k(x+2)(k>0)$ 相交于 A,B 两点，F 为抛物线 C 的焦点，若 $|FA|=2|FB|$，则 AB 的中点的横坐标为

A. $\frac{5}{2}$　　B. 3　　C. 5　　D. 6

11. 设 $a=\frac{1}{21}$，$b=\ln 1.05$，$c=e^{0.05}-1$，则下列关系正确的是

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $c>b>a$　　D. $c>a>b$

12. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，M 为 DD_1 的中点，N 为正方形 $ABCD$ 所在平面上一动点，N_1 为正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 所在平面上一动点，且 $NN_1\perp$ 平面 $ABCD$，则下列命题正确的个数为

①若 MN 与平面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$，则动点 N 的轨迹为圆；

②若三棱柱 $NAD-N_1A_1D_1$ 的侧面积为定值，则动点 N 的轨迹为椭圆；

③若 D_1N 与 AB 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$，则动点 N 的轨迹为双曲线；

④若点 N 到直线 BB_1 与直线 DC 的距离相等，则动点 N 的轨迹为抛物线.

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

第Ⅱ卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3,-2)$,$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(1,x)$,且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,则 x 的值为__▲__.

14. 已知直线 $l_1:y=(2-\sqrt{3})x$,$l_2:y=(2+\sqrt{3})x$,圆 C 与 l_1,l_2 都相切,则圆 C 的一个方程为__▲__.(写出满足题意的任意一个即可)

15. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的体积为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$,各顶点均在以 PC 为直径的球面上,$AC=2\sqrt{3}$,$AB=2$,$BC=2$,则该球的表面积为__▲__.

16. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$,$f\left(-\frac{\pi}{4}\right)=0$,$f\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=f\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$,且 $f(x)$ 在$\left(\frac{\pi}{18},\frac{2\pi}{9}\right)$上单调,则 ω 的最大值为__▲__.

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答;第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)针对我国老龄化问题日益突出,人社部将推出延迟退休方案.某机构进行了网上调查,所有参与调查的人中,持“支持”“保留”和“不支持”态度的人数如下表所示.

	支持	保留	不支持
50 岁以下	8000	4000	2000
50 岁以上(含 50 岁)	1000	2000	3000

(Ⅰ)在所有参与调查的人中,用分层抽样的方法抽取 n 个人,已知从持“不支持”态度的人中抽取了 30 人,求 n 的值;

(Ⅱ)在持“不支持”态度的人中,用分层抽样的方法抽取 10 人看成一个总体,从这 10 人中任意选取 3 人,求 50 岁以下人数 ξ 的分布列和期望.

▲

18. (本小题满分 12 分)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,$a_1=2$,$S_n=a_{n+1}-2$.

(Ⅰ)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(Ⅱ)令 $b_n=\log_2 a_n$,从①$c_n=b_n\cdot a_n$,②$c_n=\frac{1}{4b_n^2-1}$,③$c_n=(-1)^n\cdot b_n^2$ 三个条件中任选一个,求数列$\{c_n\}$的前 n 项和 T_n.

▲

19.（本小题满分 12 分）如图 1，在△ABC 中，$B=90°$，$AB=4$，$BC=2$，D，E 分别是边 AB，AC 的中点. 现将△ADE 沿着 DE 折起，使点 A 到达点 P 的位置，连接 PB，PC，得到四棱锥 $P-BCED$，如图 2 所示，设平面 PDE∩平面 $PBC=l$.

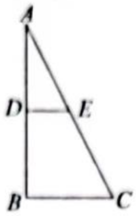


图 1

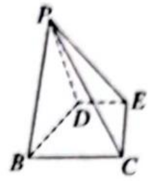


图 2

（Ⅰ）求证：$l\perp$平面 PBD；

（Ⅱ）若点 B 到平面 PDE 的距离为$\sqrt{3}$，求平面 PEC 与平面 PBD 夹角的正弦值.

▲

20.（本小题满分 12 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$经过点$\left(\sqrt{3},\frac{1}{2}\right)$，其右焦点为 $F(\sqrt{3},0)$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的标准方程；

（Ⅱ）椭圆 C 的右顶点为 A，若点 P，Q 在椭圆 C 上，且满足直线 AP 与 AQ 的斜率之积为$\frac{1}{20}$，求△APQ 面积的最大值.

▲

21.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=2a\ln x+x^2-2(a+1)x(a<0)$.

（Ⅰ）讨论 $f(x)$的零点个数；

（Ⅱ）若 $f(x)$有两个零点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，求证：$x_1+x_2>2$.

▲

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，那么按所做的第一题计分.

22.［选修 4－4：坐标系与参数方程］（本小题满分 10 分）在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 $l:x+y=1$ 与曲线 $C:\begin{cases}x=\frac{2}{1+t^2},\\ y=\frac{2t}{1+t^2}\end{cases}$（$t$ 为参数）. 以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

（Ⅰ）求曲线 C 的普通方程；

（Ⅱ）在极坐标系中，射线 $m:\theta=\alpha\left(0<\alpha<\frac{3\pi}{8}\right)$与直线 l 和曲线 C 分别交于点 A，B，若$|OA|=(\sqrt{3}-1)|OB|$，求 α 的值.

▲

23.［选修 4－5：不等式选讲］（本小题满分 10 分）已知存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得$|x_0+a|-|x_0-2b|\geq 4$成立，$a>0$，$b>0$.

（Ⅰ）求 $a+2b$ 的取值范围；

（Ⅱ）求 a^2+b^2 的最小值.

▲