

## 成都石室中学 2022-2023 学年度下期高 2023 届二诊模拟考试

## 文科数学

(全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

## 注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在本试卷和答题卡相应位置上.
2. 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案. 答案不能答在试卷上.
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答. 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答无效.
4. 考生必须保证答题卡的整洁. 考试结束后, 将试卷和答题卡一并交回.

## 第 I 卷(选择题, 共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题列出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 3x < 0\}$ ,  $B = \{x | 3^x \geq \sqrt{3}\}$ , 则  $A \cup B =$

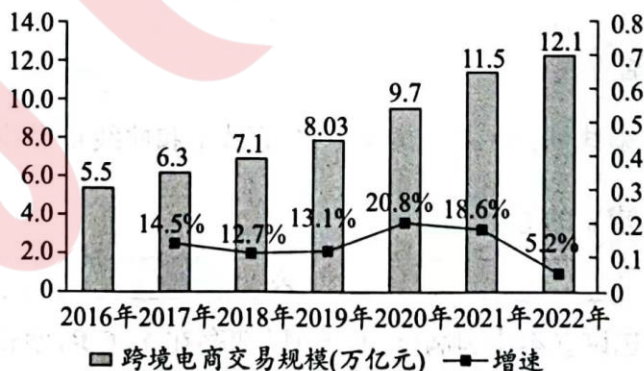
- A.  $(0, \frac{1}{2})$       B.  $[\frac{1}{2}, 3)$       C.  $(0, +\infty)$       D.  $[\frac{1}{2}, +\infty)$

2. 已知  $z$  的共轭复数是  $\bar{z}$ , 且  $|z| = \bar{z} + 1 - 2i$  ( $i$  为虚数单位), 则复数  $z$  的虚部为

- A.  $\frac{3}{2}$       B.  $-\frac{3}{2}$       C.  $-2$       D.  $-2i$

3. 下图是我国跨境电商在 2016~2022 年的交易规模与增速统计图, 则下列结论正确的是

2016~2022 年我国跨境电商交易规模、增速



- A. 这 7 年我国跨境电商交易规模的平均数为 8.0 万亿元  
 B. 这 7 年我国跨境电商交易规模的增速越来越大  
 C. 这 7 年我国跨境电商交易规模的极差为 7.6 万亿元  
 D. 图中我国跨境电商交易规模的 6 个增速的中位数为 13.8%

4. 设实数  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x-y+2 \geq 0, \\ 2x-y \leq 0, \\ 2x+3y+6 \geq 0, \end{cases}$  则  $z=x-2y$  的最小值为

A. -8      B. -6      C. -4      D. -2

5. 已知  $\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{\sqrt{6}}{6}$ , 则  $\sin 2\alpha$  的值为

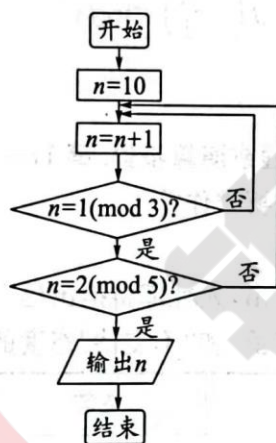
A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

6. 已知  $a, b, c$  为直线,  $\alpha, \beta, \gamma$  平面, 下列说法正确的是

A. 若  $a \perp c, b \perp c$ , 则  $a \parallel b$       B. 若  $a \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ , 则  $a \perp \beta$   
C. 若  $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$ , 则  $a \parallel b$       D. 若  $a \parallel \gamma, \beta \parallel \gamma$ , 则  $a \parallel \beta$

7. 若正整数  $N$  除以正整数  $m$  后的余数为  $n$ , 则记为  $N \equiv n \pmod{m}$ , 例如  $10 \equiv 2 \pmod{4}$ . 如图所示程序框图的算法源于我国古代闻名中外的《中国剩余定理》. 执行该程序框图, 则输出的  $n$  等于

A. 20      B. 21      C. 22      D. 23



第 7 题图



第 9 题图

8. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的右焦点为  $F(\sqrt{5}, 0)$ , 点  $P, Q$  在双曲线上, 且关于原点  $O$  对称. 若  $PF \perp QF$ , 且  $\triangle PQF$  的面积为 4, 则双曲线的离心率为

A.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       B. 2      C.  $\sqrt{5}$       D. 3

9. 某四面体的三视图如图所示, 正视图、俯视图都是腰长为 2 的等腰直角三角形, 侧视图是边长为 2 的正方形, 则此四面体的四个面中面积最大的为

A.  $2\sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{3}$       C. 4      D.  $2\sqrt{6}$

10. 已知函数  $f(x)$  满足  $f(x) + f(-x) = 0$ ,  $f(1+x) + f(1-x) = 0$ , 当  $x \in (0, 1)$  时,  $f(x) = 2^x - \sqrt{5}$ , 则  $f(\log_4 80) =$

A.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$       B.  $-\frac{4\sqrt{5}}{5}$       C.  $\sqrt{5}$       D.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$



11. 已知抛物线  $C: y^2 = 8x$  与直线  $y = k(x+2) (k > 0)$  相交于  $A, B$  两点,  $F$  为抛物线  $C$  的焦点, 若  $|FA| = 2|FB|$ , 则  $AB$  的中点的横坐标为
- A.  $\frac{5}{2}$                       B. 3                      C. 5                      D. 6
12. 设  $a = \log_2 3, b = \log_3 4, c = \log_a b$ , 则下列关系正确的是
- A.  $a > b > c$                       B.  $b > a > c$                       C.  $c > b > a$                       D.  $c > a > b$

## 第 II 卷(非选择题, 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 平面向量  $a, b$  满足  $a + b = (3, -2), a - b = (1, x)$ , 且  $a \cdot b = 0$ , 则  $x$  的值为     .
14. 已知直线  $l_1: y = 0, l_2: y = \sqrt{3}x$ , 圆  $C$  的圆心在第一象限, 且与  $l_1, l_2$  都相切, 则圆  $C$  的一个方程为     . (写出满足题意的任意一个即可)
15. 已知三棱锥  $P-ABC$  的体积为  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ , 各顶点均在以  $PC$  为直径的球面上,  $AC = 2\sqrt{3}, AB = 2, BC = 2$ , 则该球的表面积为     .
16. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$ ,  $f(-\frac{\pi}{4}) = 0, f(\frac{\pi}{4} - x) = f(\frac{\pi}{4} + x)$ , 且  $f(x)$  在  $(\frac{\pi}{18}, \frac{2\pi}{9})$  上单调, 则  $\omega$  的最大值为     .

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答; 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分) 针对我国老龄化问题日益突出, 人社部将推出延迟退休方案. 某机构进行了网上调查, 所有参与调查的人中, 持“支持”“保留”和“不支持”态度的人数如下表所示.

|                | 支持   | 保留   | 不支持  |
|----------------|------|------|------|
| 50 岁以下         | 8000 | 4000 | 2000 |
| 50 岁以上(含 50 岁) | 1000 | 2000 | 3000 |

- (I) 在所有参与调查的人中, 用分层抽样的方法抽取  $n$  个人, 已知从持“不支持”态度的人中抽取了 30 人, 求  $n$  的值;
- (II) 在持“不支持”态度的人中, 用分层抽样的方法抽取 5 人看成一个总体, 从这 5 人中任意选取 2 人, 求至少有 1 人年龄在 50 岁以下的概率.

▲

18. (本小题满分 12 分) 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n, a_1 = 2, S_n = a_{n+1} - 2$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

- (II) 令  $b_n = \log_2 a_n$ , 从 ①  $c_n = b_n \cdot a_n$ , ②  $c_n = \frac{1}{4b_n^2 - 1}$ , ③  $c_n = (-1)^n \cdot b_n^2$  三个条件中任选一个, 求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

▲

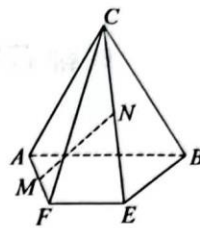
19. (本小题满分 12 分) 如图,  $\triangle ABC$  是正三角形, 在等腰梯形  $ABEF$  中,

$AB \parallel EF, AF = EF = BE = \frac{1}{2}AB$ , 平面  $ABC \perp$  平面  $ABEF$ ,  $M, N$  分别是

$AF, CE$  的中点,  $CE = 4$ .

(I) 求证:  $MN \parallel$  平面  $ABC$ ;

(II) 求三棱锥  $N-ABC$  的体积.



20. (本小题满分 12 分) 已知函数  $f(x) = \ln x - ax^2 + x + \ln a (a > 0)$ .

(I) 当  $a = 1$  时, 求  $f(x)$  的最大值;

(II) 若  $\forall x \in [1, +\infty), f(x) \leq 0$ , 求  $a$  的取值范围.

21. (本小题满分 12 分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  经过点  $(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ , 其右焦点为  $F(\sqrt{3}, 0)$ .

(I) 求椭圆  $C$  的标准方程;

(II) 椭圆  $C$  的右顶点为  $A$ , 若点  $P, Q$  在椭圆  $C$  上, 且满足直线  $AP$  与  $AQ$  的斜率之积为  $\frac{1}{20}$ ,

求  $\triangle APQ$  面积的最大值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 那么按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (本小题满分 10 分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知直线

$$l: x + y = 1 \text{ 与曲线 } C: \begin{cases} x = \frac{2}{1+t^2}, \\ y = \frac{2t}{1+t^2} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}). \text{ 以坐标原点 } O \text{ 为极点, } x \text{ 轴正半轴为极轴建立极}$$

坐标系.

(I) 求曲线  $C$  的普通方程;

(II) 在极坐标系中, 射线  $m: \theta = \alpha (0 < \alpha < \frac{3\pi}{8})$  与直线  $l$  和曲线  $C$  分别交于点  $A, B$ , 若  $|OA| =$

$(\sqrt{3} - 1)|OB|$ , 求  $\alpha$  的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (本小题满分 10 分) 已知存在  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 使得  $|x_0 + a| - |x_0 - 2b| \geq 4$  成立,  $a > 0, b > 0$ .

(I) 求  $a + 2b$  的取值范围;

(II) 求  $a^2 + b^2$  的最小值.