成都七中高2023届二诊模拟测试（文科数学）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 z 满足方程 $(1-\mathrm{i})z=4-3\mathrm{i}$，则 z 的虚部为（　　）

（A）$-\frac{1}{2}$　　（B）$\frac{1}{2}$　　（C）$-\frac{7}{2}$　　（D）$\frac{7}{2}$

2. 一个果园培养了一种少籽苹果，现随机抽样一些苹果调查苹果的平均果籽数量，得到下列频率分布表：

果籽数目	1	2	3	4
苹果数	12	5	2	1

则根据表格，这批样本的平均果籽数量为（　　）

（A）1　　（B）1.6　　（C）2.5　　（D）3.2

3. 已知 $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{2}{3}$，则 $\sin 2x=$（　　）

（A）$-\frac{1}{9}$　　（B）$\frac{1}{9}$　　（C）$-\frac{1}{18}$　　（D）$\frac{1}{18}$

4. 已知集合 $A=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 4\}$，$B=\{(x,y)\mid x+ay+3a=0\}$，$a\in\mathbf{R}$. 若集合 $A\cap B$ 只有一个元素，则实数 a 的值为（　　）

（A）$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　（B）0 或 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　（C）0 或 $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　（D）$\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 或 $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

5. 小文是一个酒水店的管理人员，负责监督保证每个喝酒的人必须年满 20 岁，也就是要保证“如果一个人在店里喝酒，则这个人必须年满 20 岁”这个命题为真. 现在店里有下列四个人，那么小文为了确认规则成立，**必须至少**检查的人（检查他们的年龄或者正在饮用的饮品）有（　　）

① 一位正在喝酒的男性；② 一位正在喝果汁的女性；
③ 一位正在饮用待检测饮料的 32 岁男性；④ 一位正在饮用待检测饮料的 15 岁女性.

（A）②③　　（B）①③　　（C）①④　　（D）①③④

6. 已知 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，S_3、S_9、S_6 成等差数列. 则下列选项一定是真命题的是（　　）

（A）a_2、a_8、a_5 一定是等差数列　　（B）a_2、a_8、a_5 一定是等比数列
（C）a_2、a_8、a_5 一定不是等差数列　　（D）a_2、a_8、a_5 可能是等比数列

7. 已知△ABC 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c. 若已知 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=4$，且△$ABC$ 的面积为 6，则 $\frac{\sin B\cos C+\cos B\sin C}{\sin A+3\cos A}=$（　　）

（A）$\frac{1}{10}$　　（B）$-\frac{1}{10}$　　（C）$\frac{1}{2}$　　（D）$-\frac{1}{2}$

8. 根据地理知识，地球（Earth）是太阳系八大行星之一，赤道半径约 6378km，极半径约 6357km，平均半径约为 6371km，赤道周长大约为 40076km，呈两极略扁赤道略鼓的不规则的椭圆球体. 为了研究方便，我们既可以将地球看作一个标准的椭圆球体，长半轴长和短半轴长分别对应相应的赤道半径和极半径；也可以将地球看作一个半径为平均半径的标准的球体. 周老师站在本初子午线的某个点 A，如果将地球看作一个标准的椭圆球体，那么他到两个焦点的距离之和为 d_1；而如果将地球看作一个标准的球体，那么他到地球球心的距离为 d_2. 则 $|d_1-2d_2|=$（　　）km.

（A）42　　（B）28　　（C）20　　（D）14

9. 已知函数 $f(x)=4\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)+b$（$A>0$，$\omega>0$，$b\in\mathbf{R}$）的最大值为 5. 设点 P、Q 分别为 $f(x)$的两条相邻对称轴上的动点，向量 $\vec{a}=(1,0)$，且 $\left|\overrightarrow{PQ}\cdot\vec{a}\right|=\frac{3\pi}{2}$. 为得到函数 $g(x)=4\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)+5$ 的图象，需要将 $f(x)$的图象（　　）

（A）先向右平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位，再向上平移 1 个单位

（B）先向右平移 π 个单位，再向上平移 4 个单位

（C）先向右平移 2π 个单位，再向上平移 1 个单位

（D）先向右平移 $\frac{4\pi}{9}$ 个单位，再向上平移 4 个单位

10.已知 S_n 是数列$\{a_n\}$的前 n 项和，且对任意的正整数 n，都满足：$\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=2n+2$，若 $a_1=\frac{1}{2}$，则 $S_{2023}=$（　　）

（A）$\frac{2023}{2024}$　　（B）$\frac{2022}{2023}$　　（C）$\frac{2021}{2024}$　　（D）$\frac{1010}{2023}$

11. 一个圆锥的底面圆和顶点都恰好在一个球面上，且这个球的半径为 5，则这个圆锥的体积的最大值时，圆锥的底面半径为（　　）

（A）$\frac{10}{3}$　　（B）$\frac{5\sqrt{2}}{2}$　　（C）$\frac{10\sqrt{2}}{3}$　　（D）$\frac{\sqrt{10}}{2}$

12. 已知数列$\{a_n\}$为等差数列，$a_1=1$，$a_5-a_3=2a_1$. 数列$\{b_n\}$是等比数列，$b_1=a_2$，$b_2=a_4$. 设 k 为正整数，定义函数 $f_k(x)=\frac{\sin(a_1x)}{b_1}+\frac{\sin(a_2x)}{b_2}+\ldots+\frac{\sin(a_kx)}{b_k}$，则关于函数 $f_k(x)$的下列命题中，

① 当 $k=1$ 时，则 $x=\frac{\pi}{8}$ 是函数 $f_1\left(2x+\frac{3\pi}{4}\right)$的一条对称轴.

② 当 $k=2022$ 时，$f_{2022}\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{5}\times\left(2+\frac{1}{2^{2021}}\right)$.

③ 当 $k=2$ 时，设函数 $g(x)=\frac{f_2(x)}{\sin x}$. 则对任意实数 a，函数 $h(x)=2[g(x)]^3-3[g(x)]^2+g(x)$在区间$[a,a+2022\pi)$上都有 2022 个零点.

其中是真命题的为（　　）

（A）②　　（B）②③　　（C）①③　　（D）①②③

二、填空题：本题共 **4** 小题，每小题 **5** 分，共 **20** 分

13. 函数 $f(x)$为 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=3e^x-1$，则 $f\left(\ln\frac{5}{4}\right)+f(0)=$____.

14. 已知实数 x、y 满足 $\begin{cases}2x+3y-6\le 0,\\ 3x-y+2\ge 0,\\ y\ge 0,\end{cases}$ 设目标函数 $z=2x+3y$ 的最大值为 M，最小值为 m，则 $M+m=$__________.

15. 随着疫情解除，经济形势逐渐好转，很多公司的股票价格开始逐步上升. 经调查，A 公司的股价在去年年初（$t=0$ 时）的股价是每股 5 元人民币，到了年末（$t=12$ 时）涨到了每股 6 元人民币. 经过建立模型分析发现，在第 t 个月的时候，A 公司的股价可以用函数 $A=A_0e^{kt}$ 来表示，其中 k 为常数. 假设 A 公司的股价继续按照上述的模型持续增长，则当 A 公司的股价涨到 10 元时，t 的值约为____________（结果精确到个位数，参考数据：$\ln2\approx0.7$，$\ln3\approx1.1$，$\ln5\approx1.6$.）

16. 设函数 $f(x)=\ln x-k\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$，若函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是单调减函数，则 k 的取值范围是__________.

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一) 必考题：共 60 分

17.（本小题满分 12 分）

已知向量 $\vec{a}=(\sin x+\cos x,\cos x)$，$\vec{b}=(\sin x-\cos x,2\sin x)$，$x\in\mathbf{R}$. 函数 $f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}+2$.

（1）求函数 $f(x)$ 的单调增区间；

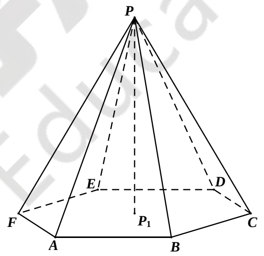
（2）设 $g(x)=f(x)-3$，（$x\in[0,2\pi]$）求 $g(x)$ 的零点组成的集合 A.

18.（本小题满分 12 分）

如图所示，六棱锥 P-$ABCDEF$ 的底面 $ABCDEF$ 是一个正六边形，P_1 是这个正六边形的中心. 已知 $PP_1\perp$ 平面 $ABCDEF$.

（1）求证：平面 $PAD\perp$ 平面 PCE.

（2）若 $AB=4$，且 $PP_1=6$. 求异面直线 PF 与 BC 的夹角的正弦值.



19.（本小题满分 12 分）

2023 年 2 月 15 日，四川省卫健委发布新版《四川省生育登记服务管理办法》，其中一条修订内容为“取消了对登记对象是否结婚的限制条件.”该修订内容在社会上引起了广泛的关注和讨论. 某研究小组针对此问题，在四川某大学做了一项关于教职工、学生和学生家长对这一修订政策的态度调查，调查通过问卷形式完成，共回收了 160 份有效问卷. 为了研究不同身份与对政策态度的相关性，该小组将人群分为“学生”、“教职工”、“家长”三种身份. 被调查人需要对自己的态度区分为“支持政策”、“反对政策”和“有条件地支持（支持政策，但是认为需要对登记人再额外增加一些附加条件）”. 研究结果如下表所示：

	支持政策	反对政策	有条件地支持	合计
学生	30	5	5	40
教职工	20	45	25	90
家长	15	8	7	30
合计	65	58	37	160

（1）为了研究校内人员身份（学生/教职工）与态度之间的关系，研究小组将“支持政策”和“有条件地支持”两个分类合并为“比较支持”组. 试问，我们是否有 99.5%的把握认为，校内人员的身份（学生/教职工）和态度（比较支持/反对）有关？

（2）如果从样本中反对政策的 5 名学生中随机抽取 3 个人，求其中学生 A 和学生 B 同时被选中的概率.

参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 C_1：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）与抛物线 C_2：$y^2=4ax$ 的图象在第一象限交于点 P. 若椭圆的右顶点为 B，且 $|PB|=\dfrac{6}{5}a$.

（1）求椭圆 C_1 的离心率.

（2）若椭圆 C_1 的焦距长为 2，直线 l 过点 B. 设 l 与抛物线 C_2 相交于不同的两点 M、N，且△OMN 的面积为 24，求线段 $|MN|$ 的长度.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^2+axe^x+ae^2$，e 是自然对数的底数，a 为实数.

（1）若函数 $f(x)$的图象在 $x=2$ 处的切线方程过点(3, 14)，求实数 a 的值.

（2）若对任意实数 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x)\geq 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做第一题计分.

22.【选修 4 - 4：坐标系与参数方程】(10 分)

在直角坐标系中，曲线 C 的参数方程为$\begin{cases} x=e^2\cdot t-t\cdot e^t, \\ y=t\ln t-\ln t, \end{cases}$，$t$ 为参数且 $t>0$. 曲线 C 与 x 轴交与点 A，与 y 轴交于点 B.

（1）求证：$|AB|>2$.

（2）以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求以 B 为圆心，且过原点的圆 B 的极坐标方程.

23.【选修 4 - 5：不等式选讲】(10 分)

设 $f(x)=|2x-1|+|2x+3|$.

（1）解关于 x 的不等式：$f(x)\leq 10$.

（2）$f(x)$的最小值为 m，且正实数 a、b 满足 $a+b=m$，求证：$\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}\geq\dfrac{1}{2}$.