

成都七中高 2023 届高三下期入学考试数学试卷（理科）

考试时间：120 分钟

第 I 卷（选择题）

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，请将选项填涂在答题卡上）

1. 集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $S = \{1, 4, 5\}$, $T = \{2, 3, 4\}$, 则 $S \cap (C_U T)$ 等于 ()

- A. $\{1, 5\}$ B. $\{1, 4, 5, 6\}$ C. $\{4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

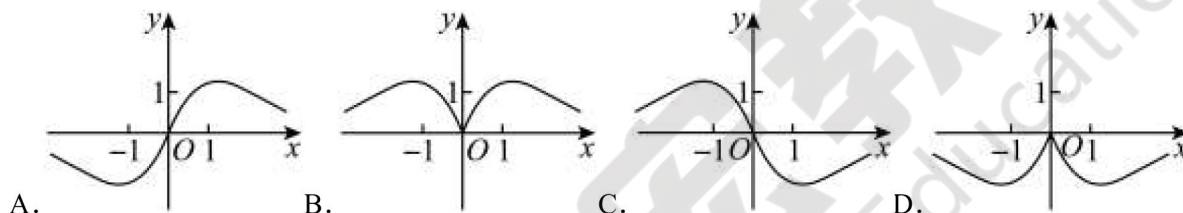
2. 已知 $i \cdot z = 5 - 2i$, 则 z 在复平面内对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 在手工课上，老师将这蓝、黑、红、黄、绿 5 个环分发给甲、乙、丙、丁、戊五位同学，每人分得 1 个，则事件“甲分得红色”与“乙分得红色”是 ()

- A. 对立事件 B. 不可能事件 C. 互斥但不对立事件 D. 不是互斥事件

4. 函数 $y = \frac{4x}{e^x + e^{-x}}$ 的图象大致是 ()



5. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y-3 \geq 0 \\ 3x-y-2 \geq 0 \\ 4x+y-12 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x+y$ 的最大值为 ()

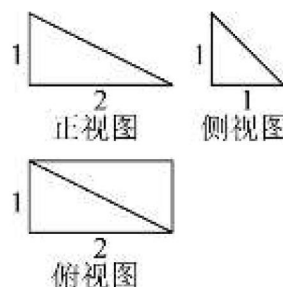
- A. 2 B. 3 C. 5 D. 6

6. 函数 $f(x) = -\sin 2x$ 在 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$ 上是 ()

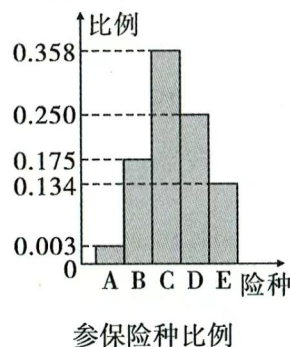
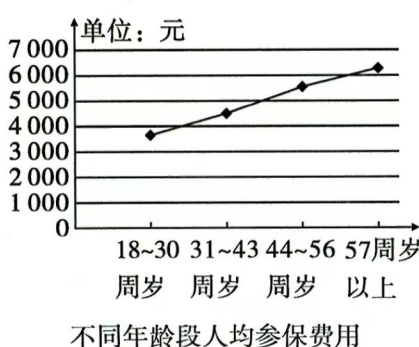
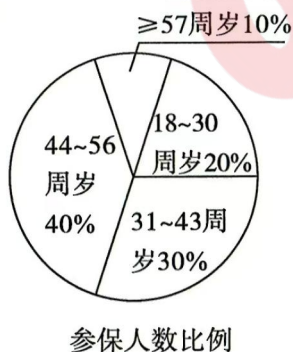
- A. 增函数 B. 减函数 C. 先增后减 D. 先减后增

7. 已知四棱锥 $S-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是矩形， $SA \perp$ 底面 $ABCD$ ，其三视图如右图所示，则二面角 $B-SA-C$ 的正弦值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$



8. 某保险公司为客户定制了 A, B, C, D, E 共 5 个险种，并对 5 个险种参保客户进行抽样调查，得出如下的统计图：



用该样本估计总体，以下四个说法错误的是（ ）

- A. 57 周岁以上参保人数最少 B. 18~30 周岁人群参保总费用最少
C. C 险种更受参保人青睐 D. 31 周岁以上的人群约占参保人群 80%

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_n = (n^2 - 5n)e^n$ (e 为自然对数的底数)，当其前 S_n 项和最小时， n 是（ ）

- A. 4 B. 5 C. 5 或 6 D. 4 或 5

10. 已知函数 $f(x) = 4\ln x - 3[x] + 3$ ，其中 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数（如 $[1.6] = 1$ ， $[-2.1] = -3$ ），

则函数 $f(x)$ 的零点个数是（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11. 过椭圆 $C: \begin{cases} x = 2\cos\theta \\ y = \sqrt{3}\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数) 的右焦点 F 作直线 l 交 C 于 M, N 两点， $|MF| = m$ ， $|NF| = n$ ，

则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的值为（ ）

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. 不能确定

12. 关于 x 方程 $|\log_m x| = k$ ($m > 0, m \neq 1$) 的两个根为 a, b ，且 $a < b < 2a$ ，则以下结论正确的个数是（ ）

- (1) $\frac{\sqrt{2}}{2} < a < 1$; (2) $2 < a + b < \frac{3\sqrt{2}}{2}$;
(3) $\log_b(a+1) - 1 < a^{a+1} - a^b$; (4) $(a+4)^{b+1} < (b+1)^{a+4}$
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题（本题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分，请将答案填在答题卡指定横线上）

13. 已知向量 $\vec{a} = (1, 3)$ ， $\vec{b} = (3, 4)$ ，若 $(m\vec{a} - \vec{b}) \perp (\vec{a} + \vec{b})$ ，则实数 $m =$ _____.

14. $(2+x)^6$ 展开式中含 x^3 项二项式系数为_____.

15. 已知二次函数 $f(x)$ 满足条件：(1) $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称；(2) 曲线 $y = f(x)$ 在 $x=1$ 处的导数 4，则 $f(x)$ 的解析式可以为_____.

16. 已知函数 $y = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 的图象向右平移 ϕ ($0 < \phi < \frac{\pi}{2}$) 个单位，可得到函数 $y = \sin 2x - a \cos 2x$ 的图象，则 $\phi =$ _____.

三. 解答题（本题共 7 小题，17-21 题各 12 分，22 或 23 题 10 分. 解答过程应写出文字说明、证明过程或演算步骤，请作答在答题卡上）全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》

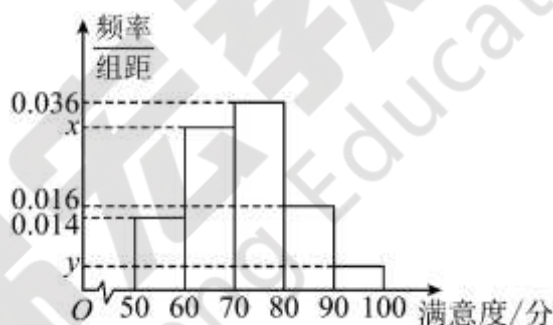
17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前三项和为 15，等比数列 $\{b_n\}$ 的前三项积为 64，且 $a_1 = b_1 = 2$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $c_n = \begin{cases} a_n, & n \text{ 为奇数} \\ \sqrt{b_n}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 20 项和.

18. 随着人民生活水平的不断提高，“衣食住行”愈发被人们所重视，其中对饮食的要求也愈来愈高. 某地区为了解当地餐饮情况，随机抽取了 100 人对该地区的餐饮情况进行了问卷调查. 请根据下面尚未完成并有局部污损的频率分布表和频率分布直方图（如图）解决下列问题.

组别	分组	频数	频率
第 1 组	[50,60)	14	0.14
第 2 组	[60,70)	m	
第 3 组	[70,80)	36	0.36
第 4 组	[80,90)		0.16
第 5 组	[90,100)	4	n
	合计		



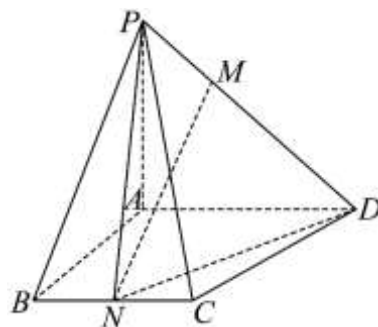
(1) 求 m, n, x, y 的值；

(2) 若将满意度在 80 分以上的人群称为“美食客”，将频率视为概率，用样本估计总体，从该地区中随机抽取 3 人，记其中“美食客”的人数为 ξ ，求 ξ 的分布列和数学期望.

19. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，其中 $AD \parallel BC, AD \perp BA$ ， $AD=3, AB=BC=2, PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，且 $PA=3$ ，点 M 在棱 PD 上（不包括端点），点 N 为 BC 中点.

(1) 若 $\overrightarrow{DM} = 2\overrightarrow{MP}$ ，求证：直线 $MN \parallel$ 平面 PAB ；

(2) 求二面角 $N-PC-D$ 的余弦值.



20. 椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 右顶点为 A , 设点 O 为坐标原点, 点 B 为椭圆 E 上异于左、右顶点的动点, ΔOAB 面积的最大值为 $\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 E 的标准方程;

(2) 设直线 $l: x = t$ 交 x 轴于点 P , 其中 $t > a$, 直线 PB 交椭圆 E 于另一点 C , 直线 BA 和 CA 分别交直线 l 于点 M 和 N , 若 O, A, M, N 四点共圆, 求 t 的值.

21. 已知函数 $f(x) = e^x x^{-\frac{1}{2}}$,

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 求函数 $h(x) = \frac{f(x)}{x+1}$ 的最小值;

(3) 若函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y = m$ 有两个不同的交点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$,

证明: $|AB| \leq \left(\frac{e^4}{2} + \frac{2}{e}\right)m - \frac{9}{4}$.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一个题目计分. 请考生用 2B 铅笔将答题卡上所做题目的题号涂黑.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点 O 为极

点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2(\cos \theta - \sin \theta)$.

(1) 求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 设曲线 C_1 与曲线 C_2 交于 P, Q 两点, 求 $|OP| \cdot |OQ|$ 的值.

23. 已知函数 $f(x) = 2|x+1| - |2x+3|$.

(1) 求 $f(x)$ 的最大值 m ;

(2) 若正数 a, b, c 满足 $abc = m$, 证明: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$.