

成都七中高 2023 届高三下期入学考试数学试卷（文科）

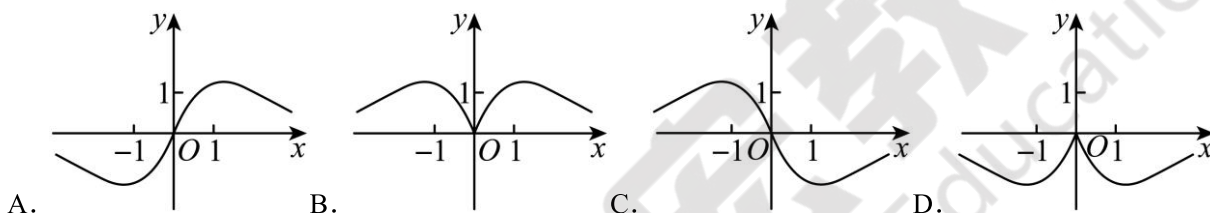
考试时间：120 分钟；

总分：150 分

第 I 卷（选择题）

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，请将选项填涂在答题卡上）

- 集合 $S = \{1, 4, 5\}$, $T = \{2, 3, 4\}$, 则 $S \cap T$ 等于 ()
 A. $\{4\}$ B. $\{1, 5\}$ C. $\{1, 4, 5, 6\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
- 已知 $i \cdot z = 5 - 2i$, 则 z 的虚部是 ()
 A. 5 B. $-5i$ C. -5 D. -1
- 在手工课上, 老师将这蓝、黑、红、黄、绿 5 个纸环分发给甲、乙、丙、丁、戊五位同学, 每人分得 1 个, 则事件“甲分得红色”与“乙分得红色”是 ()
 A. 对立事件 B. 不可能事件 C. 互斥但不对立事件 D. 不是互斥事件
- 函数 $y = \frac{4x}{e^x + e^{-x}}$ 的图象大致是 ()

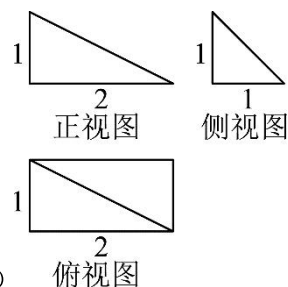


- 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y-3 \geq 0 \\ 3x-y-2 \geq 0 \\ 4x+y-12 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x+y$ 的最小值为 ()

- A. 6 B. 5 C. 3 D. 2

- 函数 $f(x) = \sin 2x$ 在 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$ 上是 ()

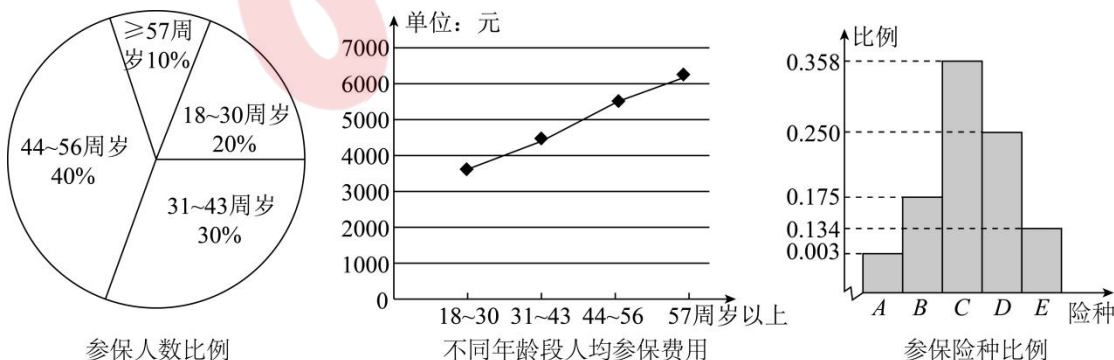
- A. 减函数 B. 增函数 C. 先增后减 D. 先减后增



- 我国古代数学名著《九章算术》中几何模型“阳马”意指底面为矩形, 一侧棱垂直于底面的四棱锥. 某“阳马”的三视图如右图所示, 则它的体积为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

- 某保险公司为客户定制了 A, B, C, D, E 共 5 个险种, 并对 5 个险种参保客户进行抽样调查, 得出如下的统计图:



用该样本估计总体，以下四个说法错误的是（ ）

- A. 57 周岁以上参保人数最少
B. 18~30 周岁人群参保总费用最少
C. C 险种更受参保人青睐
D. 31 周岁以上的人群约占参保人群 80%

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_n = n^2 - 5n$ ，当其前 S_n 项和最小时， n 是（ ）

- A. 4 B. 5 C. 5 或 6 D. 4 或 5

10. 已知函数 $f(x) = 4\ln x - 3[x] + 3$ ($0 < x < 3$)，其中 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数（如 $[1.6]=1$ ，

$[-2.1]=-3$ ），则函数 $f(x)$ 的零点个数是（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11. 过椭圆 $C: \begin{cases} x = 2\cos\theta \\ y = \sqrt{3}\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数)的右焦点 F 作直线 l 交 C 于 M, N 两点， $|MF|=m$ ， $|NF|=n$ ，

则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的值为（ ）

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. 不能确定

12. 关于 x 方程 $|lgx| = k$ 的两个根为 a, b ，且 $a < b < 2a$ ，则以下结论正确的个数是（ ）

(1) $ab = 1$; (2) $\frac{\sqrt{2}}{2} < a < 1$ (3) $2 < a + b < \frac{3\sqrt{2}}{2}$; (3) $b^{a+1} > (a+1)^b$

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题（本题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分，请将答案填在答题卡指定横线上）

13. 已知向量 $\vec{a} = (1, 3), \vec{b} = (3, 4)$ ，若 $(m\vec{a} - \vec{b}) \parallel (\vec{a} + \vec{b})$ ，则实数 $m =$ _____.

14. 若抛物线 $x^2 = 28y$ 上一点 (x_0, y_0) 到焦点的距离是该点到 x 轴距离的 3 倍，则 $y_0 =$ _____.

15. 已知二次函数 $f(x)$ 满足条件 (1) $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称；(2) 曲线 $y = f(x)$ 在 $x=1$ 处的导数为 4，则 $f(x)$ 的解析式可以是_____。全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》

16. 已知正三棱锥的外接球的表面积为 64π ，则正三棱锥体积最大时该正三棱锥的高是_____.

三. 解答题（本题共 7 小题，17-21 题各 12 分，22 或 23 题 10 分. 解答过程应写出文字说明、证明过程或演算步骤，请作答在答题卡上）

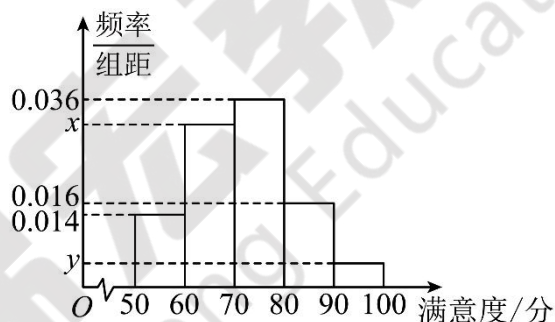
17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前三项和为 15，等比数列 $\{b_n\}$ 的前三项积为 64，且 $a_1 = b_1 = 2$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $c_n = \begin{cases} a_n, & n \text{ 为奇数} \\ \sqrt{b_n}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 20 项和.

18. 随着人民生活水平的不断提高，“衣食住行”愈发被人们所重视，其中对饮食的要求也愈来愈高. 某地区为了解当地餐饮情况，随机抽取了 100 人对该地区的餐饮情况进行了满意度问卷调查. 请根据下面尚未完成并有局部污损的满意度得分的频率分布表和频率分布直方图（如图）解决下列问题.

组别	分组	频数	频率
第 1 组	[50,60)	14	0.14
第 2 组	[60,70)	m	
第 3 组	[70,80)	36	0.36
第 4 组	[80,90)		0.16
第 5 组	[90,100)	4	n
	合计		



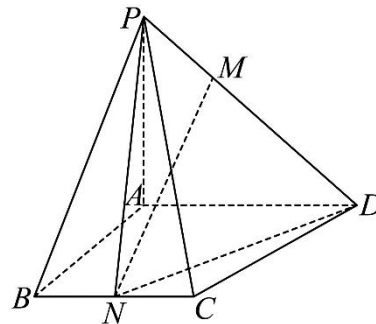
(1) 求 m, n, x, y 的值；

(2) 满意度在 90 分以上的 4 位居民为 2 男 2 女，现邀请 2 人参加抽奖活动，求 2 人中有男性的概率.

19. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，其中 $AD \parallel BC, AD \perp BA$ ， $AD = 3, AB = BC = 2, PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，且 $PA = 3$ ，点 M 在棱 PD 上（不包括端点），点 N 为 BC 中点.

(1) 若 $\overline{DM} = 2\overline{MP}$ ，求证：直线 $MN \parallel$ 平面 PAB ；

(2) 已知点 M 满足 $\frac{PM}{PD} = \frac{1}{3}$ ，求异面直线 MN 与 AD 所成角.



20. 椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 右顶点为 A , 设点 O 为坐标原点, 点 B 为椭圆 E 上异于左、右顶点的动点, ΔOAB 面积的最大值为 $\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 E 的标准方程;

(2) 设直线 $l: x = 6$ 交 x 轴于点 P , 直线 PB 交椭圆 E 于另一点 C , 直线 BA 和 CA 分别交直线 l 于点 M 和 N , 求 $|PM| \cdot |PN|$ 的值.

21. 已知函数 $f(x) = -x + \frac{x}{e^x}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调递减区间;

(2) 若实数 $a \neq b$ 满足 $ae^b(e^a - 1) = be^a(e^b - 1)$, 证明: $a + b > 0$.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一个题目计分. 请考生用 2B 铅笔将答题卡上所做题目的题号涂黑.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$
 以坐标原点 O 为极

点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 2(\cos \theta - \sin \theta)$.

(1) 求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 设曲线 C_1 与曲线 C_2 交于 P 、 Q 两点, 求 $|OP| \cdot |OQ|$ 的值.

23. 已知函数 $f(x) = 2|x+1| - |2x+3|$.

(1) 求 $f(x)$ 的最大值 m ;

(2) 若正数 a, b, c 满足 $abc = m$, 证明: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}$.