2022年10月

绵阳南山中学2022年秋绵阳一诊热身考试

数学试题（理科）

命题人：文家强　审题人：周瑞　何建东

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.已知集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$，$B=\{x\,|\,x^2\geq 1\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{-1,0,1\}$　　B. $\{-2,-1,1,2\}$　　C. $\{x|-1\leq x\leq 1\}$　　D. $\{x|x\geq 1或x\leq -1\}$

2.已知 $a>b$，则下列不等式中，正确的是

A．$a^2>b^2$　　B．$|a|>|b|$　　C．$\sin a>\sin b$　　D．$2^a>2^b$

3.已知等差数列$\{a_n\}$前9项的和为27，$a_{10}=8$，则 $a_{100}=$

A.100　　B.99　　C.98　　D.97

4.若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\geq 4\\ x-y\leq 2\\ y\leq 3\end{cases}$，则 $z=3x+y$ 的最小值为

A．18　　B．10　　C．6　　D．4

5．已知 $\alpha\in R$，则“$\sin 2\alpha>0$”是“$\tan\alpha>0$”的

A．充要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

6.在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AB 上，$BD=2DA$，记 $\overrightarrow{CA}=\vec{m},\overrightarrow{CD}=\vec{n}$，则 $\overrightarrow{CB}=$

A．$3\vec{m}-2\vec{n}$　　B．$-2\vec{m}+3\vec{n}$　　C．$3\vec{m}+2\vec{n}$　　D．$2\vec{m}+3\vec{n}$

7．核酸检测分析是用荧光定量 PCR 法，通过化学物质的荧光信号，对在 PCR 扩增进程中成指数级增加的靶标 DNA 实时监测，在 PCR 扩增的指数时期，荧光信号强度达到阀值时，DNA 的数量 X 与扩增次数 n 满足 $lgX_n=nlg(1+p)+lgX_0$，其中 X_0 为 DNA 的初始数量，p 为扩增效率．已知某被测标本 DNA 扩增12次后，数量变为原来的1000倍，则扩增效率 p 约为(参考数据：$10^{0.25}\approx 1.778$，$10^{-0.25}\approx 0.562$)

A．22.2%　　B．43.8%　　C．56.2%　　D．77.8%

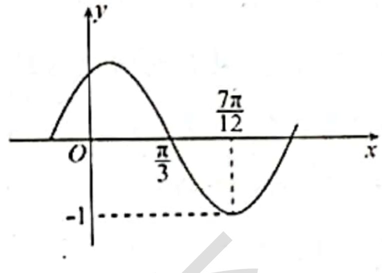
8.已知命题 p：$\forall x>0$，$\sin x+\dfrac{1}{\sin x}\geq 2$，命题 q：函数 $f(x)=\sin x+a\cos x$ 在区间 $(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2})$

上是减函数，则 $a\ge 1$，下列结构中正确的是

A．命题“$p\wedge q$”是真命题　　　　B．命题“$p\wedge\neg q$”是真命题

C．命题“$\neg p\wedge q$”是真命题　　　D．命题“$\neg p\wedge\neg q$”是真命题

9.函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示，若将 $f(x)$ 图象上的所有点向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位得到函数 $g(x)$ 的图象，则关于函数 $g(x)$ 有下列四个说法，其中正确的是



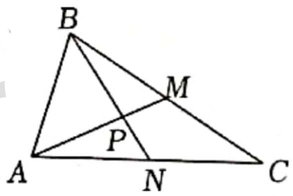
A．函数 $g(x)$ 的最小正周期为 2π

B．函数 $g(x)$ 的一条对称轴为直线 $x=-\frac{\pi}{12}$

C．函数 $g(x)$ 的一个对称中心坐标为 $(\frac{\pi}{6},1)$

D．$g(x)$ 再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到的函数为偶函数

10.如图，在△ABC 中，已知 $AB=2$，$AC=8$，$\angle BAC=60°$，BC、AC 边上的两条中线 AM、BN 相交于点 P，则 $\overrightarrow{AP}$ 在 $\overrightarrow{BP}$ 上的投影为



A．$\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　　　B．$\frac{2\sqrt{7}}{7}$

C．$\frac{8\sqrt{7}}{21}$　　　　D．$-\frac{4\sqrt{3}}{3}$

11.已知 $a>0,b\in R$，若 $x>0$ 时，关于 x 的不等式 $(ax-1)(x^2+bx-4)\ge 0$ 恒成立，则实数 $b+\frac{2}{a}$ 的最小值是

A.2　　　　B.4　　　　C.$2\sqrt{2}$　　　　D.1

12.已知函数 $f(x)=x-1+\ln\frac{(x-1)}{t^2}$ 的零点为 x_1，$g(x)=x\ln x-t^2$ 零点为 x_2，则 $\frac{\ln t}{x_2(x_1-1)}$ 的最大值为

A.1　　　　B.$\frac{1}{2e}$　　　　C.$\sqrt{e}$　　　　D.$\frac{2}{e}$

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=\sqrt{3},|\vec{a}-2\vec{b}|=3$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ________.

14.已知 O 为坐标原点，曲线 $C:y=\log_2 x$ 在点 $A(1,0)$ 处的切线交 y 轴于点 B，

则 $S_{\triangle AOB}=$______.

15.已知偶函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 R，记 $g(x)=f'(x)$， $f'(x)$ 不恒为 0，且 $f(x+1)=f(x-1)$，则 $g(2023)=$______.

16.数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=\frac{1}{2}$，$(n+1)a_{n+1}=\frac{na_n}{na_n+1}(n\in N^*)$，若不等式 $\frac{4+n}{n^2}+(-1)^n a_n t\geq 0$ 对所有的正奇数 n 恒成立，则实数 t 的取值范围为________.

三．解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17-21 题为必考题，每个试题考生必须作答. 第 22-23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分

17.（12 分）

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n．已知 $S_n=2a_n-1$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）已知数列 $\{c_n\}$ 是等差数列，且 $c_1=a_1, c_3=S_2$．设 $b_n=a_n\cdot c_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.（12 分）

已知 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x-\sin^2\omega x+\frac{1}{2}(\omega>0)$ 相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$.

（1）求ω的值及函数 $f(x)$ 的单调递减区间；

（2）已知 $x_0\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$f(x_0)=\frac{1}{3}$，求 $f(x_0+\frac{\pi}{4})$ 的值.

19.（12 分）

在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且 $2b\cos C+a=0$

（1）求 $\tan C+3\tan B$ 的值

（2）若 $b=2$，当角 A 最大时，求△ABC 的面积 S.

20.（12 分）

已知函数 $f(x)=1+a\sqrt{x}-\sqrt{1+ax}(a\neq 0)$

（1）若 $f(x)$ 的图像在 $x=1$ 处的切线 l 的斜率为 $\frac{a}{4}$，求实数 a 的值；

（2）若对于任意的 $x\in[0,2]$，$f(x)\le 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=x-2-\ln^2 x-a\ln x(a\in R)$.

（1）令 $g(x)=xf'(x)$，讨论 $g(x)$ 的单调性并求极值；

（2）令 $h(x)=f(x)+2+\ln^2 x$，若 $h(x)$ 有两个零点；

（i）求 a 的取值范围；

（ii）若方程 $xe^x-a(\ln x+x)=0$ 有两个实根 x_1，x_2，$x_1\neq x_2$，证明：$x_1x_2e^{x_1+x_2}>e^2$

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

22.在直角坐标系 xOy 中，点 A 是曲线 $C_1:(x-2)^2+y^2=4$ 上的动点，满足 $2\overline{OB}=\overline{OA}$ 的点 B 的轨迹是 C_2.

（1）以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，求曲线 C_1，C_2 的极坐标方程；

（2）直线 l 的参数方程是 $\begin{cases}x=-1+t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数），点 P 的直角坐标是 $(-1,0)$，若直线 l 与曲线 C_2 交于 M，N 两点，当线段 $|PM|$，$|MN|$，$|PN|$ 成等比数列时，求 $\cos\alpha$ 的值.

[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

23．已知函数 $f(x)=|x-\frac{1}{2}|+|x-\lambda|$，其中λ＞0.

（1）若对任意 $x\in R$，恒有 $f(x)\ge\frac{1}{2}$，求λ的最小值；

（2）在（1）的条件下，设λ的最小值为 t，若正数 m,n 满足 $m+2n=tmn$，求 $2m+n$ 的最小值.

绵阳南山中学2022年秋绵阳一诊热身考试

数学试题（理科）参考答案

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1.B　2.D　3.C　4.C　5.A　6.B　7.D　8.C　9.D　10.A　11.B　12.B

12 解：由题意，可得 $f(x_1)=x_1-1+\ln\dfrac{(x_1-1)}{t^2}=0$，所以 $x_1-1+\ln(x_1-1)=\ln t^2$

则 $\ln[(x_1-1)e^{x_1-1}]=\ln t^2$，所以 $t^2=(x_1-1)e^{x_1-1}>0$，又 $g(x_2)=x_2\ln x_2-t^2=0$，

得 $t^2=e^{\ln x_2}\ln x_2>0$，所以 $t^2=(x_1-1)e^{x_1-1}=e^{\ln x_2}\ln x_2$

因为 $y=xe^x$ 在 $(0,+\infty)$ 上的单调递增，所以 $\ln x_2=x_1-1$，

所以 $\dfrac{\ln t}{x_2(x_1-1)}=\dfrac{\ln t}{x_2\ln x_2}=\dfrac{\ln t}{t^2}$，令 $h(t)=\dfrac{\ln t}{t^2}$，则 $h'(t)=\dfrac{1-2\ln t}{t^3}$，

当 $t>\sqrt{e}$ 时，$h'(t)<0$，$h(t)$ 单调递减，当 $0<t<\sqrt{e}$ 时，$h'(t)>0$，$h(t)$ 单调递增，

所以 $h(t)_{\min}=h(\sqrt{e})=\dfrac{1}{2e}$，

二、选择题：本大题共4小题，每小题5分．共20分．

13.1　　14. $\dfrac{-1}{2\ln 2}$　　15.0　　16. $(-\infty,\dfrac{28}{3}]$

16.解：由 $(n+1)a_{n+1}=\dfrac{na_n}{na_n+1}(n\in N^*)$，得 $\dfrac{1}{(n+1)a_{n+1}}-\dfrac{1}{na_n}=1(n\in N^*)$，

则 $\{\dfrac{1}{na_n}\}$ 是以2为首项，1为公差的等差数列，则 $a_n=\dfrac{1}{n(n+1)}$，

不等式 $\dfrac{4+n}{n^2}+(-1)^n a_n t\geq 0$ 对所有的正奇数 n 恒成立，即 $\dfrac{4}{n}+n+5\geq t$，对所有的正奇数 n 恒成立，当 $n=1$ 时，$\dfrac{4}{n}+n+5=10$，当 $n=3$ 时，$\dfrac{4}{n}+n+5=\dfrac{28}{3}<10$，

$f(n)=\dfrac{4}{n}+n+5$ 在 $n\in N^*$ 且 $n\geqslant 3$ 上单调递增，$\therefore f(n)_{\min}=\dfrac{28}{3}$，

则实数 t 的取值范围为 $(-\infty,\dfrac{28}{3}]$

三．解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17-21题为必考题，每个试题考生必须作答．第22-23题为选考题，考生根据要求作答．

(一)必考题：(本大题共5小题，每小题12分，共60分)

17．解：(1) 因为 $S_n=2a_n-1$，所以 $S_{n+1}=2a_{n+1}-1$，

两式相减，可得 $a_{n+1}=2a_{n+1}-2a_n$，整理得 $a_{n+1}=2a_n$，

因为在 $S_n=2a_n-1$ 中当 $n=1$ 时，$S_1=a_1=2a_1-1$，所以 $a_1=1$，

所以数列$\{a_n\}$是以 1 为首项，2 为公比的等比数列，所以 $a_n=2^{n-1}$；................6 分

（2）易知 $c_1=a_1=1$，$c_3=S_2=3$，所以公差 $d=1$，所以 $c_n=n$，

所以 $b_n=a_n\cdot c_n=n\cdot 2^{n-1}$，..8 分

因为 $T_n=1\times 2^0+2\times 2^1+\cdots+n\times 2^{n-1}$，

则 $2T_n=1\times 2^1+2\times 2^2+\cdots+(n-1)\times 2^{n-1}+n\times 2^n$

两式相减可得 $T_n=n\times 2^n-(2^0+2^1+\cdots 2^{n-1})=(n-1)\cdot 2^n+1$，

即 $T_n=(n-1)\cdot 2^n+1$．..12 分

18．解：（1）$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x-\sin^2\omega x+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\omega x-\frac{1-\cos 2\omega x}{2}+\frac{1}{2}$

$\therefore f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\omega x+\frac{1}{2}\cos 2\omega x=\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6})$

$\because$相邻两条对称轴之间的距离为$\frac{\pi}{2}$，$\therefore \frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{2\omega}=\frac{\pi}{2},\therefore \omega=1\ \therefore f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$；

由$\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{6}\le\frac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in Z)$，解得$\frac{\pi}{6}+k\pi\le x\le\frac{2\pi}{3}+k\pi(k\in Z)$，

$\therefore f(x)$的单调递减区间为$[\frac{\pi}{6}+k\pi,k\pi+\frac{2\pi}{3}](k\in Z)$；..6 分

（2）由（1）知 $f(x_0)=\sin(2x_0+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{3}$，$\because x_0\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\therefore 2x_0+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right)$

$\therefore 0<\sin\left(2x_0+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$，$\therefore 2x_0+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{5\pi}{6},\pi\right)$

$\therefore \cos(2x_0+\frac{\pi}{6})=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$f(x_0+\frac{\pi}{4})=\sin[2(x_0+\frac{\pi}{4})+\frac{\pi}{6}]=\cos(2x_0+\frac{\pi}{2})=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ....12 分

19．解：（1）因为$2b\cos C+a=0$，

所以$2\sin B\cos C+\sin A=0$，$\therefore 2\sin B\cos C+\sin(B+C)=0$

$\therefore 3\sin B\cos C=-3\sin B\cos C$，$\because B$、$C\in(0,\pi)$

所以 $\tan C+3\tan B=0$ ....5 分

（2）法 1：由$\because 2b\cos C=-a<0,\therefore C\in(\frac{\pi}{2}，\pi)$，$\therefore B\in(0,\frac{\pi}{2}),\tan B>0$

$$\tan A=-\tan(B+C)=\frac{2\tan B}{1+3\tan^2 B}=\frac{2}{\frac{1}{\tan B}+3\tan B}\le\frac{\sqrt{3}}{3}$$

当且仅当 $B=\frac{\pi}{6}$ 时等号成立，则角 A 最大值为 $\frac{\pi}{6}$ ……………………………………9 分

因为 $b=2$，由 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}=\frac{2}{\sin\frac{\pi}{6}}$ 得：$a=2,c=2\sqrt{3}$

所以 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ac\sin A=\sqrt{3}$ ……………………………………12 分

法 2：因为 $2b\cos C+a=0$，所以 $2b\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}+a=0$，即 $a^2=\frac{c^2-b^2}{2}$

由 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b^2+c^2-(\frac{c^2-b^2}{2})^2}{2bc}=\frac{1}{4}(\frac{3b}{c}+\frac{c}{b})\ge\frac{\sqrt{3}}{2}$

当且仅当 $c=\sqrt{3}b$ 时等号成立，则角 A 最大值为 $\frac{\pi}{6}$ ……………………………………9 分

因为 $b=2$，$c=2\sqrt{3}$，

所以 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}ac\sin A=\sqrt{3}$ ……………………………………12 分

20.解析:(1) $f'(x)=\frac{a}{2}(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{1+ax}})$，$\therefore f(1)=\frac{a}{2}(1-\frac{1}{\sqrt{1+a}})=\frac{a}{4},\because a\ne 0,$

$\therefore 1-\frac{1}{\sqrt{1+a}}=\frac{a}{4}$ 解得 $a=3$；$\therefore f(1)=2$,切点为 $(1,2)$,斜率为 $\frac{3}{4}$,

所以切线 $l: y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$. ……………………………………4 分

(2) 法 1:因为对任意 $x\in[0,2]$，$f(x)\le 0$ 恒成立,所以 $\begin{cases}f(1)\le 0\\ f(2)\le 0\end{cases}$，

解得 $1-\sqrt{2}\le a<0$ ……………………………………6 分

又因为当 $1-\sqrt{2}\le a<0$ 时,$1+ax>0$ 在 $x\in[0,2]$ 上恒成立，所以 $f(x)\le 0$ 在 $[0,2]$ 上恒

成立等价于 $\frac{1+a\sqrt{x}}{\sqrt{1+ax}}\le 1$ 在[0,2]上恒成立，所以只需 $(\frac{1+a\sqrt{x}}{\sqrt{1+ax}})_{max}\le 1$，

设 $g(x)=\frac{1+a\sqrt{x}}{\sqrt{1+ax}}$ 则 $g'(x)=\frac{a}{2}\frac{1-\sqrt{x}}{(1+ax)\sqrt{x}\sqrt{1+ax}}$，$\because a<0\ \therefore f(x)$ 在(0,1)上递减,在(1,2)

上递增,

$\therefore g(x)_{\max}=\max\{g(0),g(2)\}$，由 $g(0)\le 1,g(2)\le 1$，解得 $a\in[1-\sqrt{2},0)$. ....12 分

法 2:因为 $x\in[0,2]$，$f(x)\le 0$ 恒成立,所以 $f(1)\le 0$ 且 $f(2)\le 0$ 解得 $1-\sqrt{2}\le a<0$，

由 $f'(x)\ge 0\Rightarrow \dfrac{a}{2\sqrt{x}}\ge \dfrac{a}{2\sqrt{1+ax}}\Rightarrow \sqrt{1+ax}\le\sqrt{x}\Rightarrow(1-a)x\ge 1\Rightarrow x\ge\dfrac{1}{1-a}$,

因为 $1-\sqrt{2}\le a<0$，所以 $\dfrac{1}{1-a}\in[\dfrac{\sqrt{2}}{2},1)$，所以 $f(x)$ 在 $(0,\dfrac{1}{1-a}]$ 上单调递减,在 $[\dfrac{1}{1-a},2]$ 上单调递增，$\therefore f(x)_{max}=max\{f(0),f(2)\}$，

要使 $f(x)\le 0$ 恒成立,只需 $f(x)_{max}\le 0$,即 $\begin{cases}f(1)\le 0\\f(2)\le 0\end{cases}$,所以 $1-\sqrt{2}\le a<0$.

法 3:因为 $x\in[0,2]$，$f(x)\le 0$ 恒成立恒成立，所以 $f(1)\le 0$ 且 $f(2)\le 0$，解得 $1-\sqrt{2}\le a<0$，因为 $f(x)\le 0\Leftrightarrow 1+a\sqrt{x}\le\sqrt{1+ax}$ 恒成立，由 $x\in[0,2]$ 可知，$1+a\sqrt{x}>0$，两边平方整理得 $(a^2-a)x+2a\sqrt{x}\le 0$，即 $(a-1)\sqrt{x}+2\ge 0$ 对任意的 $x\in[0,2]$ 恒成立,因为 $a-1<0$，所以当 $x=2$ 时，$((a-1)\sqrt{x}+2)_{\min}=\sqrt{2}a+2-\sqrt{2}$，由 $\sqrt{2}a+2-\sqrt{2}\ge 0$ 解得 $1-\sqrt{2}\le a<0$.

21.解（1）因为 $f'(x)=1-\dfrac{2\ln x}{x}-\dfrac{a}{x}$ 所以 $g(x)=xf'(x)=x-2\ln x-a$，$x\in(0,+\infty)$

则 $g'(x)=\dfrac{x-2}{x}$，所以 $g(x)$ 单调递减区间为 $(0,2)$，单调递增区间为 $(2,+\infty)$

极小值为 $g(2)=2-2\ln 2-a$，无极大值...3 分

（2）（i）$h(x)=x-a\ln x$ 有两个零点.因为 $h'(x)=1-\dfrac{a}{x}=\dfrac{x-a}{x}$

①当 $a\le 0$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增，不可能有两个零点；

②当 $a>0$ 时，令 $h'(x)<0$，得 $0<x<a$，$h(x)$ 单调递减；

令 $h'(x)>0$，得 $x>a$，$h(x)$ 单调递增,所以 $h(x)_{\min}=h(a)=a-a\ln a$

要使 $h(x)$ 有两个零点，即使 $h(a)<0$，得 $a>e$，

又因为$h(1)=1>0$，$h(e)=e-a<0$，所以$h(x)$在$(1,e)$存在唯一一个零点，

且$a>e$，$h(e^a)=e^a-a^2>0$，所以$h(x)$在(e,e^a)上存在唯一一个零点，符合题意.

综上，当$a>e$时，函数$h(x)$有两个零点..7 分

法二：$h(x)=x-a\ln x$有两个零点.等价于$x\neq1$时，$a=\dfrac{x}{\ln x}$有两个实根，(1)

令$F(x)=\dfrac{x}{\ln x}$，$F'(x)=\dfrac{\ln x-1}{\ln^2 x}$

当$x\in(0,1)$时，$F'(x)<0$，$F(x)$单调递减，且$F(x)<0$；

当$x\in(1,e)$时，$F'(x)<0$，$F(x)$单调递减；

当$x\in(e,+\infty)$时，$F'(x)>0$，$F(x)$单调递增；$F(e)=e$，$x\to1^+$，$F(x)\to+\infty$，

$x\to+\infty$，$F(x)\to+\infty$.要使（1）有两个实数根，即使$a>F(e)=e$，

综上，当$a>e$时，函数$h(x)$有两个零点.

（ii）$xe^x-a(\ln x+x)=xe^x-a\ln(xe^x)(x>0)$有两个实根，令$t=xe^x$，

$g(t)=t-a\ln t$有两个零点t_1，t_2，$t_1=x_1e^{x_1}$，$t_2=x_2e^{x_2}$所以$\begin{cases}t_1-a\ln t_1=0\\t_2-a\ln t_2=0\end{cases}$，

所以$a(\ln t_2-\ln t_1)=t_2-t_1$（1）　　$a(\ln t_2+\ln t_1)=t_2+t_1$（2）

要证$x_1x_2e^{x_1+x_2}>e^2$，只需证$(x_1e^{x_1})\cdot(x_2e^{x_2})>e^2$，即证$\ln(x_1e^{x_1})+\ln(x_2e^{x_2})>2$，

所以只需证$\ln t_1+\ln t_2>2$.由（1）（2）可得$\ln t_2+\ln t_1=\dfrac{t_2+t_1}{t_2-t_1}(\ln t_2-\ln t_1)=\dfrac{\left(\dfrac{t_2}{t_1}+1\right)\ln\dfrac{t_2}{t_1}}{\dfrac{t_2}{t_1}-1}$，

只需证$\dfrac{\left(\dfrac{t_2}{t_1}+1\right)\ln\dfrac{t_2}{t_1}}{\dfrac{t_2}{t_1}-1}>2$.设$0<t_1<t_2$，令$t=\dfrac{t_2}{t_1}$，则$t>1$，所以只需证$\ln t>2\dfrac{t-1}{t+1}$，即证

$\ln t+\dfrac{4}{t+1}-2>0$令$h(t)=\ln t+\dfrac{4}{t+1}-2$，$t>1$，则$h'(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{4}{(t+1)^2}=\dfrac{(t-1)^2}{t(t+1)^2}>0$，

$h(t)>h(1)=0$，即当$t>1$时，$\ln t+\dfrac{4}{t+1}-2>0$成立.

所以 $\ln t_1+\ln t_2>2$，即 $\left(x_1e^{x_1}\right)\cdot\left(x_2e^{x_2}\right)>e^2$，即 $x_1x_2e^{x_1+x_2}>e^2$ ....12 分

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22 解：（1）点 A 是曲线 $C_1:(x-2)^2+y^2=4$ 上的动点，根据 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta\\ y=\rho\sin\theta\\ x^2+y^2=\rho^2\end{cases}$，转换为极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$，由于点 B 满足 $2\overline{OB}=\overline{OA}$ 的点 B 的轨迹是 C_2．

所以 $A(2\rho,\theta)$，则 C_2 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$． ....5 分

（2）直线 l 的参数方程是 $\begin{cases}x=-1+t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数），点 P 的直角坐标是 $(-1,0)$，若直线 l 与曲线 C_2 交于 M，N 两点，C_2 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$，转换为直角坐标方程为 $(x-1)^2+y^2=1$，所以将直线的参数方程代入 $(x-1)^2+y^2=1$，

得到 $(-1+t\cos\alpha)^2+(t\sin\alpha)^2=2(-1+t\cos\alpha)$，化简得：$t^2-4\cos\alpha t+3=0$，所以 $t_1+t_2=4\cos\alpha$，$t_1t_2=3$，当线段 $|PM|$，$|MN|$，$|PN|$ 成等比数列时，则 $|MN|^2=|PM||PN|$，

整理得：$(t_1-t_2)^2=|t_1||t_2|$，故 $(t_1+t_2)^2=5|t_1t_2|$，整理得 $\cos\alpha=\pm\dfrac{\sqrt{15}}{4}$． ....10 分

[选修 4-5：不等式选讲]

23.解：$\because f(x)=\left|x-\frac{1}{2}\right|+|x-\lambda|\ge\left|(x-\frac{1}{2})-(x-\lambda)\right|=\left|\lambda-\frac{1}{2}\right|$，$\therefore f(x)_{min}=|\lambda-\frac{1}{2}|$，

对任意 $x\in R$，恒有 $f(x)\ge\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left|\lambda-\frac{1}{2}\right|\ge\frac{1}{2}$，解得 $\lambda\geq1$ 或 $\lambda\leq0$，

又 $\because\lambda>0$，故 $\lambda\geq1$，所以 λ 的最小值为 1． ....5 分

（2）由（1）得 $t=1$，$\therefore m+2n=mn$，$\therefore\frac{2}{m}+\frac{1}{n}=1$，

$\therefore 2m+n=(2m+n)(\frac{2}{m}+\frac{1}{n})=5+\frac{2m}{n}+\frac{2n}{m}\ge2\sqrt{4}+5=9$，

当且仅当 $\frac{2m}{n}=\frac{2n}{m}$，即 $m=n=3$ 时取等号，$\therefore 2m+n$ 的最小值为 9． ....10 分