成都市2019级高中毕业班第一次诊断性检测

数学一诊(文科)参考答案及评分意见

第Ⅰ卷　(选择题,共60分)

一、选择题:(每小题5分,共60分)

1.C;　2.A;　3.C;　4.D;　5.D;　6.B;　7.B;　8.C;　9.B;　10.D;　11.D;　12.A.

第Ⅱ卷　(非选择题,共90分)

二、填空题:(每小题5分,共20分)

13. $11x-y-16=0$;　　14. $\dfrac{\pi}{2}$;　　15. $\dfrac{7}{3}$;　　16. $4\sqrt{6}+4\sqrt{2}$.

三、解答题:(共70分)

17.**解:**(Ⅰ)设 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1,公差为 d.　……1分

由题意,可得 $\begin{cases}2a_1+2d+a_1+4d=0\\a_1+6d-2(a_1+3d)+2=0\end{cases}$　……3分

解得 $a_1=2,d=-1$.　……5分

$\therefore a_n=-n+3$.　……6分

(Ⅱ)由(Ⅰ),可得 $b_n=2^{-n+3}$.　……9分

设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,则 $S_n=b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n$.

$\therefore S_n=\dfrac{4(1-\frac{1}{2^n})}{1-\frac{1}{2}}$　……11分

$=8(1-\dfrac{1}{2^n})=8-(\dfrac{1}{2})^{n-3}$.　……12分

18.**解:**(Ⅰ)$\because \bar{x}=\dfrac{2+3+4+5+6}{5}=4$,$\bar{y}=\dfrac{2.5+3+4+4.5+6}{5}=4$,　……1分

$\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=(-2)\times(-1.5)+(-1)\times(-1)+0\times0+1\times0.5+2\times2=8.5$,

$\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2=4+1+0+1+4=10$,　……3分

$\therefore \hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2}=0.85$,$\hat{a}=4-0.85\times4=0.6$.　……7分

$\therefore \hat{y}=0.85x+0.6$.　……8分

(Ⅱ)当 $x=8$ 时，$\hat{y}=0.85\times 8+0.6=7.4$.

∴ 当补贴额达到 8 百万元时，该项目的经济回报为 7.4 千万元． ……12 分

19. **解**：(Ⅰ) ∵ D,E 分别为 AB,AC 的中点，∴$DE\ /\!/\ BC$．

∵ $AD\perp BC$，∴$AD\perp DE$．

∴$A'D\perp DE$． ……2 分

∵ $A'D\perp BD$，$DE\subset$ 平面 $BDEC$，$DB\subset$ 平面 $BDEC$，$DE\cap DB=D$，

∴$A'D\perp$ 平面 $BDEC$． ……4 分

又 $A'D\subset$ 平面 $A'DB$，

∴ 平面 $A'DB\perp$ 平面 $BDEC$． ……5 分

(Ⅱ)选①.

∵$BM=BE$，$\angle BDM=\angle BDE=90^\circ$，

∴ $\triangle BDM\cong\triangle BDE$．∴ $DE=DM=2$.

∴ M 为 $A'D$ 的中点． ……7 分

选②.

∵$BC\ /\!/\ DE$，

∴ 直线 EM 与 BC 所成角为 $\angle MED$．

又直线 EM 与 BC 所成角的大小为 45°，∴$\angle MED=45^\circ$. ∵ $A'D\perp DE$．

∴ $DE=DM=2$.

∴ M 为 $A'D$ 的中点． ……7 分

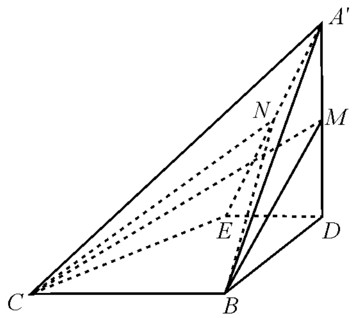
选③.

∵$V_{E-A'BC}=V_{A'-EBC}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle EBC}\cdot A'D$，$V_{M-BDE}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle BDE}\cdot MD$，$V_{M-BDE}=\dfrac{1}{4}V_{E-A'BC}$，

又 $DE=\dfrac{1}{2}BC$，即 $S_{\triangle BDE}=\dfrac{1}{2}S_{\triangle EBC}$

∴ $A'D=2MD$．

∴ M 为 $A'D$ 的中点． ……7 分



∵过 B,C,M 三点的平面与线段 $A'E$ 相交于点 N，

$DE\ /\!/\ BC$，$BC\not\subset$ 平面 $A'DE$，

∴ $BC\ /\!/$ 平面 $A'DE$．

又平面 $BMNC\cap$ 平面 $A'DE=MN$，

∴ $BC\ /\!/\ MN$．

∴ N 为 $A'E$ 的中点． ……8 分

∵$V_{A'-BCN}=V_{N-A'BC}$，又 $MN\ /\!/$ 平面 $A'BC$，

∴$V_{N-A'BC}=V_{M-A'BC}=V_{C-A'BM}$， ……10 分

易知 $BC\perp$平面 $A'BD$. ∴$V_{C-A'BM}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle A'BM}\cdot BC=\dfrac{1}{6}S_{\triangle A'BD}\cdot BC=\dfrac{1}{6}\times 8\times 4=\dfrac{16}{3}$.

∴三棱锥 $A'-BCN$ 的体积为 $\dfrac{16}{3}$． ……12 分

20. **解**：(Ⅰ)由题意，直线 PQ 的方程为 $y=k(x-2)$，其中 $k\neq 0$.

设 $B(m,0)$，$P(\frac{y_1^2}{2},y_1)$，$Q(\frac{y_2^2}{2},y_2)$.

由 $\begin{cases} y=k(x-2), \\ y^2=2x \end{cases}$ 消去 x，得 $y^2-\frac{2}{k}y-4=0$.

$\therefore \Delta=\frac{4}{k^2}+16>0$，$y_1+y_2=\frac{2}{k}$，$y_1y_2=-4$. ……2 分

$\because k_1+k_2=0$，

$\therefore \dfrac{y_1}{\frac{y_1^2}{2}-m}+\dfrac{y_2}{\frac{y_2^2}{2}-m}=0$，即 $\dfrac{y_1y_2(y_1+y_2)}{2}-m(y_1+y_2)=0$. ……4 分

$\therefore (\frac{-4}{2}-m)\cdot\frac{2}{k}=0$，即 $(m+2)\cdot\frac{2}{k}=0$. $\therefore m=-2$. ……5 分

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-2,0)$. ……6 分

(Ⅱ)由题意，直线 MN 的方程为 $y=k(x-\frac{1}{2})$. 设 $M(\frac{y_3^2}{2},y_3)$，$N(\frac{y_4^2}{2},y_4)$.

由 $\begin{cases} y=k(x-\frac{1}{2}), \\ y^2=2x \end{cases}$ 消去 x，得 $y^2-\frac{2}{k}y-1=0$.

$\therefore \Delta=\frac{4}{k^2}+4>0$，$y_3+y_4=\frac{2}{k}$，$y_3y_4=-1$. ……8 分

$\therefore |MN|=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\,|y_3-y_4|=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\sqrt{(y_3+y_4)^2-4y_3y_4}=2(1+\frac{1}{k^2})$.

……9 分

又 $|AP|=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\,|y_1|$，$|AQ|=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}\,|y_2|$，

$\therefore |AP|\cdot|AQ|=(1+\frac{1}{k^2})\,|y_1y_2|=4(1+\frac{1}{k^2})$. ……11 分

$\therefore \dfrac{|MN|}{|AP|\cdot|AQ|}=\dfrac{2(1+\frac{1}{k^2})}{4(1+\frac{1}{k^2})}=\dfrac{1}{2}$. ……12 分

21. **解**：(Ⅰ)由题意，$f'(x)=\cos x-2a$. ……1 分

$\because 2a\geqslant 1$，$\therefore$ 当 $x\in[0,\pi]$ 时，$f'(x)\leqslant 0$ 恒成立.

$\therefore f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上单调递减. ……2 分

$\therefore$ 当 $x=0$ 时，$f(x)$ 取得最大值为 0；当 $x=\pi$ 时，$f(x)$ 取得最小值为 $-2a\pi$.

……4 分

(Ⅱ)不等式 $f(x)\leqslant\cos x-1$ 在区间 $(\frac{\pi}{2},\pi)$ 上恒成立，

即 $2a \geqslant \dfrac{\sin x-\cos x+1}{x}$ 在区间 $(\dfrac{\pi}{2},\pi)$ 上恒成立． ……5 分

设 $g(x)=\dfrac{\sin x-\cos x+1}{x}$，$x\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$．

则 $g'(x)=\dfrac{x\cos x+x\sin x-\sin x+\cos x-1}{x^2}$． ……6 分

设 $h(x)=x\cos x+x\sin x-\sin x+\cos x-1$，

则 $h'(x)=-x\sin x+x\cos x=x(\cos x-\sin x)$． ……8 分

$\because x\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$，$\therefore \sin x>0,\cos x<0$，即 $h'(x)<0$．

$\therefore$ 函数 $h(x)$ 在 $(\dfrac{\pi}{2},\pi)$ 上单调递减．

$\because h(\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{\pi}{2}-2<0$，$\therefore$ 当 $x\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$ 时，$h(x)<0$，即 $g'(x)<0$．

$\therefore$ 函数 $g(x)$ 在 $(\dfrac{\pi}{2},\pi)$ 上单调递减． ……10 分

$\because$ 当 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 时，$g(\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{4}{\pi}$． ……11 分

$\therefore$ 当 $x\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$ 时，有 $g(x)<\dfrac{4}{\pi}$．

$\therefore a\geqslant\dfrac{2}{\pi}$．

$\therefore a$ 的取值范围是 $[\dfrac{2}{\pi},+\infty)$． ……12 分

22．**解**：（Ⅰ）由曲线 C 的参数方程，消去参数 α，得曲线 C 的普通方程为

$(x-1)^2+(y-1)^2=1$． ……2 分

$\because \rho\cos\theta=x,\rho\sin\theta=y$，$\therefore$ 直线 l 的直角坐标方程为

$x+y-2=0$． ……4 分

（Ⅱ）设直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=3+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数）． ……6 分

将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的普通方程，整理可得

$t^2+4\sqrt{2}t+7=0$． …（$*$） ……7 分

$\Delta=(4\sqrt{2})^2-4\times7=4>0$．

设 t_1,t_2 是方程（$*$）的两个实数根．

$\therefore t_1+t_2=-4\sqrt{2}$，$t_1t_2=7$． ……9 分

$\therefore |AE|\cdot|AF|=|t_1t_2|=7$． ……10 分

23. **解**:(Ⅰ)①当 $x \geqslant 1$ 时,$f(x)=(x-1)+2(x+1)=3x+1$.

由 $f(x)<5$,解得 $x<\frac{4}{3}$. 此时 $1 \leqslant x<\frac{4}{3}$; ……1 分

②当 $-1<x<1$ 时,$f(x)=-(x-1)+2(x+1)=x+3$.

由 $f(x)<5$,解得 $x<2$. 此时 $-1<x<1$; ……2 分

③当 $x \leqslant -1$ 时,$f(x)=-(x-1)-2(x+1)=-3x-1$.

由 $f(x)<5$,解得 $x>-2$. 此时 $-2<x \leqslant -1$. ……3 分

综上,原不等式的解集为 $(-2,\frac{4}{3})$. ……4 分

(Ⅱ)由(Ⅰ),得 $f(x)=\begin{cases}3x+1, x \geqslant 1 \\ x+3, -1<x<1 \\ -3x-1, x \leqslant -1\end{cases}$. ……5 分

当 $x=-1$ 时,$f(x)$ 取得最小值 2.

$\therefore m=2$. ……6 分

$\therefore a+2b+3c=2$.

由柯西不等式,得 $(3a^2+2b^2+c^2)(\frac{1}{3}+2+9) \geqslant (a+2b+3c)^2=4$. ……8 分

$\therefore 3a^2+2b^2+c^2 \geqslant \frac{6}{17}$. ……9 分

当且仅当 $\frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{\frac{1}{3}}}=\frac{\sqrt{2}b}{\sqrt{2}}=\frac{c}{3}$,即 $a=\frac{1}{17}, b=\frac{3}{17}, c=\frac{9}{17}$ 时,等号成立.

$\therefore 3a^2+2b^2+c^2$ 的最小值为 $\frac{6}{17}$. ……10 分