

成都市 2019 级高中毕业班第一次诊断性检测

数 学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题)1 至 2 页,第 II 卷(非选择题)2 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x | x^2 - x > 0\}$, $B = \{x | e^x \geq 1\}$, 则 $A \cap B =$
(A) $(-\infty, 1)$ (B) $(-1, 1)$ (C) $(1, +\infty)$ (D) $[1, +\infty)$
2. 已知复数 $z = \frac{i}{2i-1}$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$
(A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{25}$ (D) $\sqrt{5}$
3. 函数 $f(x) = \sin x (\sin x + \cos x)$ 的最小正周期是
(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) π (D) 2π
4. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \leq 0, \\ 3x + 2y - 5 \leq 0, \\ 2x - y + 1 \geq 0. \end{cases}$ 则 $z = 3x + y$ 的最大值为
(A) -3 (B) 3 (C) -4 (D) 4
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB \perp BC$, $AB = BC = 2$. 现将 $\triangle ABC$ 绕边 AC 旋转一周, 则所得到的旋转体的表面积是
(A) 2π (B) $2\sqrt{2}\pi$ (C) $3\sqrt{2}\pi$ (D) $4\sqrt{2}\pi$
6. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线方程为 $y = \sqrt{2}x$, 则该双曲线的离心率为
(A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) 3

7. 已知实数 a, b 满足 $\log_a 2 > \log_b 2 > 1$, 则

- (A) $1 < a < 2 < b$ (B) $1 < a < b < 2$
(C) $1 < b < a < 2$ (D) $a < 1 < b < 2$

8. 已知某篮球运动员每次罚球命中的概率为 0.4. 该运动员进行罚球练习(每次罚球互不影响), 则在罚球命中两次时, 罚球次数恰为 4 次的概率是

- (A) $\frac{36}{625}$ (B) $\frac{9}{125}$ (C) $\frac{108}{625}$ (D) $\frac{54}{125}$

9. 已知 $\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{3}{5}$, 则 $\frac{\sin \alpha}{1 - \tan \alpha}$ 的值为

- (A) $-\frac{7\sqrt{2}}{60}$ (B) $\frac{7\sqrt{2}}{60}$ (C) $-\frac{7\sqrt{2}}{30}$ (D) $\frac{7\sqrt{2}}{30}$

10. 四名同学各掷骰子 5 次, 并各自记录每次骰子出现的点数. 分别统计四名同学的记录结果, 可以判断出一定没有出现点数 6 的是

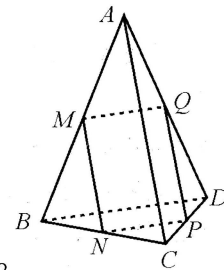
- (A) 平均数为 3, 中位数为 2 (B) 中位数为 3, 众数为 2
(C) 中位数为 3, 方差为 2.8 (D) 平均数为 2, 方差为 2.4

11. 如图, 已知三棱锥 $A - BCD$ 的截面 $MNPQ$ 平行于对棱 AC, BD , 且 $\frac{AC}{BD} = m$, $\frac{AM}{MB} = n$,

其中 $m, n \in (0, +\infty)$. 有下列命题:

- ①对于任意的 m, n , 都有截面 $MNPQ$ 是平行四边形;
 - ②当 $AC \perp BD$ 时, 对任意的 m , 都存在 n , 使得截面 $MNPQ$ 是正方形;
 - ③当 $m = 1$ 时, 截面 $MNPQ$ 的周长与 n 无关;
 - ④当 $AC \perp BD$, 且 $AC = BD = 2$ 时, 截面 $MNPQ$ 的面积的最大值为 1.
- 其中假命题的个数为

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3



12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1 + \ln x}{x}, & x > 0, \\ xe^x, & x \leq 0. \end{cases}$ 则关于 x 的方程 $ef^2(x) - af(x) - 1 = 0 (a \in \mathbf{R})$ 的

解的个数的所有可能值为

- (A) 3 或 4 或 6 (B) 1 或 3 (C) 4 或 6 (D) 3

第 II 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。把答案填在答题卡上。

13. $(2x - \frac{1}{x})^5$ 展开式中 x^3 项的系数为_____. (用数字作答)
14. 已知向量 a, b 满足 $a = (1, 1)$, $a + 2b = (3, -1)$, 则向量 a 与 b 的夹角为_____.
15. 已知斜率为 $-\frac{1}{3}$ 的直线与椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$ 相交于不同的两点 A, B , M 为 y 轴上一点且满足 $|MA| = |MB|$, 则点 M 的纵坐标的取值范围是_____.
16. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知角 $A = \frac{2\pi}{3}$, 角 A 的平分线 AD 与边 BC 相交于点 D , $AD = 2$. 则 $AB + 2AC$ 的最小值为_____.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $2a_2 + a_5 = 0, a_7 = 2a_4 - 2$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = 2^{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

18. (本小题满分 12 分)

某项目的建设过程中,发现其补贴额 x (单位:百万元)与该项目的经济回报 y (单位:千万元)之间存在着线性相关关系,统计数据如下表:

补贴额 x (单位:百万元)	2	3	4	5	6
经济回报 y (单位:千万元)	2.5	3	4	4.5	6

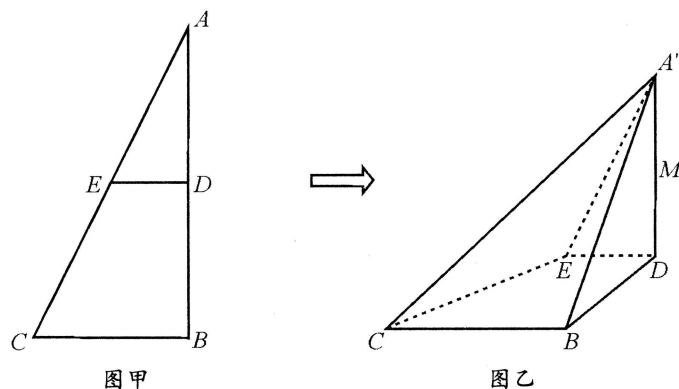
(I) 请根据上表所给的数据,求出 y 关于 x 的线性回归直线方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$;

(II) 为高质量完成该项目,决定对负责该项目的 7 名工程师进行考核.考核结果为 4 人优秀,3 人合格.现从这 7 名工程师中随机抽取 3 人,用 X 表示抽取的 3 人中考核优秀的人数,求随机变量 X 的分布列与期望.

$$\text{参考公式: } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

19. (本小题满分 12 分)

如图甲,在直角三角形 ABC 中,已知 $AB \perp BC, BC=4, AB=8$, D, E 分别是 AB, AC 的中点.将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起,使点 A 到达点 A' 的位置,且 $A'D \perp BD$,连接 $A'B, A'C$,得到如图乙所示的四棱锥 $A'-DBCE$, M 为线段 $A'D$ 上一点.



(I) 证明:平面 $A'DB \perp$ 平面 $DBCE$;

(II) 过 B, C, M 三点的平面与线段 $A'E$ 相交于点 N , 从下列三个条件中选择一个作为已知条件,求直线 DN 与平面 $A'BC$ 所成角的正弦值.

① $BM = BE$; ② 直线 EM 与 BC 所成角的大小为 45° ; ③ 三棱锥 $M-BDE$ 的体积是三棱锥 $E-A'BC$ 体积的 $\frac{1}{4}$.

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0, p \neq 4)$, 过点 $A(2, 0)$ 且斜率为 k 的直线与抛物线 C 相交于 P, Q 两点.

(I) 设点 B 在 x 轴上,分别记直线 PB, QB 的斜率为 k_1, k_2 .若 $k_1 + k_2 = 0$,求点 B 的坐标;

(II) 过抛物线 C 的焦点 F 作直线 PQ 的平行线与抛物线 C 相交于 M, N 两点,求 $\frac{|MN|}{|AP| \cdot |AQ|}$ 的值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \sin x - 2ax, a \in \mathbb{R}$.

(I) 当 $a \geq \frac{1}{2}$ 时,求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的最值;

(II) 若关于 x 的不等式 $f(x) \leq ax \cos x$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上恒成立,求 a 的取值范围.

请考生在第 22, 23 题中任选择一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分.作答时,用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22. (本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \cos \alpha \\ y = 1 + \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数).以坐标原点 O 为

极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos(\theta - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$.

(I) 求直线 l 的直角坐标方程与曲线 C 的普通方程;

(II) 已知点 A 的直角坐标为 $(-1, 3)$, 直线 l 与曲线 C 相交于 E, F 两点,求 $|AE| \cdot |AF|$ 的值.

23. (本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x - 1| + 2|x + 1|$.

(I) 求不等式 $f(x) < 5$ 的解集;

(II) 设 $f(x)$ 的最小值为 m .若正实数 a, b, c 满足 $a + 2b + 3c = m$, 求 $3a^2 + 2b^2 + c^2$ 的最小值.

数学 (理科) 答题卡

姓名		座位号	
考籍号			

贴 条 形 码 区

(正面朝上切勿贴出虚线框外)

贴条形码区
(正面朝上切勿贴出虚线框外)

考生禁填

缺考标记 ☐

缺考考生由监考员贴条形码，并用2B铅笔填涂上面的缺考标记。

注意事项

- 1 答题前,考生务必须先认真核对条形码上的姓名、考籍号和座位号,无误后将本人姓名、考籍号和座位号填写在相应位置,同时将背面左上角相应的座位号涂黑。
- 2 选择题填涂时,必须使用2B铅笔按图示规范填涂;非选择题必须使用0.5毫米的黑色墨迹签字笔作答。
- 3 必须在题目所指示的答题区域内作答,超出答题区域的答案无效,在草稿纸、试题卷上答题无效。
- 4 保持答题卡清洁、完整,严禁折叠,严禁使用涂改液和修正带。

第 I 卷

(须用2B铅笔填涂)

填涂样例 错误填涂  正确填涂 

- | | | | | | |
|---|-----------------|----|-----------------|----|-----------------|
| 1 | {A} {B} {C} {D} | 6 | {A} {B} {C} {D} | 11 | {A} {B} {C} {D} |
| 2 | {A} {B} {C} {D} | 7 | {A} {B} {C} {D} | 12 | {A} {B} {C} {D} |
| 3 | {A} {B} {C} {D} | 8 | {A} {B} {C} {D} | | |
| 4 | {A} {B} {C} {D} | 9 | {A} {B} {C} {D} | | |
| 5 | {A} {B} {C} {D} | 10 | {A} {B} {C} {D} | | |

第 II 卷 【必考题】 (须用0.5毫米的黑色字迹中性笔书写)

13. 14. 15. 16.

17.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

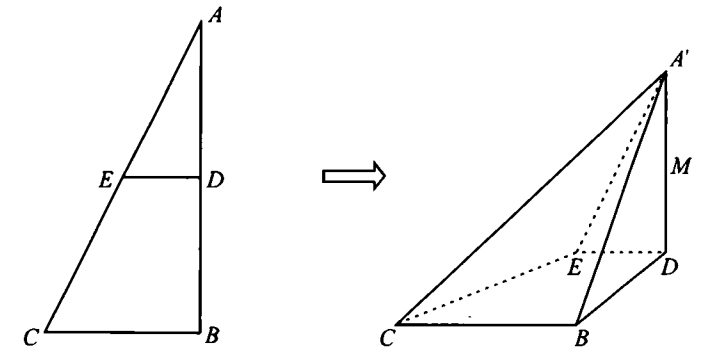
18.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

19.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!



请在各题规定的黑色矩形区域内答题,超出该区域的答案无效!

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

座位号
(请用2B铅笔填涂)

[01] [02] [03] [04] [05] [06] [07] [08] [09] [10] [11] [12] [13] [14] [15]

[16] [17] [18] [19] [20] [21] [22] [23] [24] [25] [26] [27] [28] [29] [30]

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

20.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

21.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

第 II 卷【选考题】

以下为题选考题, 每个答题区只允许选答一题, 答题前, 请考生务必将所选题号用2B铅笔涂黑。

请考生从22、23二题中任选一题做答, 并用2B铅笔将所选题号涂黑, 多涂、错涂、漏涂均不给分, 如果多做, 则按所做的第一题计分。

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

数学 (理科) 第4页 共6页

数学 (理科) 第5页 共6页

数学 (理科) 第6页 共6页