

成都市 2019 级高中毕业班第一次诊断性检测

数 学(文科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题)1 至 2 页,第 II 卷(非选择题)2 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

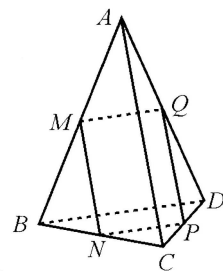
1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x \mid x^2 - x > 0\}$, $B = \{x \mid e^x \geq 1\}$, 则 $A \cap B =$
(A) $(-\infty, 1)$ (B) $(-1, 1)$ (C) $(1, +\infty)$ (D) $[1, +\infty)$
2. 已知复数 $z = \frac{i}{2i-1}$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$
(A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{25}$ (D) $\sqrt{5}$
3. 函数 $f(x) = \sin x (\sin x + \cos x)$ 的最小正周期是
(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) π (D) 2π
4. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \leq 0, \\ 3x + 2y - 5 \leq 0, \\ 2x - y + 1 \geq 0. \end{cases}$ 则 $z = 3x + y$ 的最大值为
(A) -3 (B) 3 (C) -4 (D) 4
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB \perp BC$, $AB = BC = 2$. 现将 $\triangle ABC$ 绕边 AC 旋转一周, 则所得到的旋转体的表面积是
(A) 2π (B) $2\sqrt{2}\pi$ (C) $3\sqrt{2}\pi$ (D) $4\sqrt{2}\pi$
6. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线方程为 $y = \sqrt{2}x$, 则该双曲线的离心率为
(A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) 3

7. 已知实数 a, b 满足 $\log_a 2 > \log_b 2 > 1$, 则
(A) $1 < a < 2 < b$ (B) $1 < a < b < 2$
(C) $1 < b < a < 2$ (D) $a < 1 < b < 2$
8. 从 1, 2, 3, 4, 5 中随机抽取三个数, 则这三个数能成为一个三角形三边长的概率为
(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{2}{5}$
9. 已知 $\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{3}{5}$, 则 $\frac{\sin \alpha}{1 - \tan \alpha}$ 的值为
(A) $-\frac{7\sqrt{2}}{60}$ (B) $\frac{7\sqrt{2}}{60}$ (C) $-\frac{7\sqrt{2}}{30}$ (D) $\frac{7\sqrt{2}}{30}$
10. 四名同学各掷骰子 5 次, 并各自记录每次骰子出现的点数. 分别统计四名同学的记录结果, 可以判断出一定没有出现点数 6 的是
(A) 平均数为 3, 中位数为 2 (B) 中位数为 3, 众数为 2
(C) 中位数为 3, 方差为 2.8 (D) 平均数为 2, 方差为 2.4
11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\ln x|, & x > 0, \\ -3x^2 - x, & x \leq 0. \end{cases}$ 若函数 $g(x) = f(x) - m (m \in \mathbf{R})$ 有三个不同的零点 x_1, x_2, x_3 , 则 $x_1 x_2 x_3$ 的值为
(A) 0 (B) $-\frac{1}{3}$ (C) 0 或 $-\frac{1}{3}$ (D) 0 或 $-\frac{1}{6}$
12. 如图, 已知三棱锥 $A-BCD$ 的截面 $MNPQ$ 平行于对棱 AC, BD , 且 $\frac{AC}{BD} = m$, $\frac{AM}{MB} = n$, 其中 $m, n \in (0, +\infty)$. 有下列命题:
① 对于任意的 m, n , 都有截面 $MNPQ$ 是平行四边形;
② 当 $AC \perp BD$ 时, 对任意的 m , 都存在 n , 使得截面 $MNPQ$ 是正方形;
③ 当 $m = 1$ 时, 截面 $MNPQ$ 的周长与 n 无关;
④ 当 $AC \perp BD$, 且 $AC = BD = 2$ 时, 截面 $MNPQ$ 的面积的最大值为 1.
其中假命题的个数为
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3



第 II 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。把答案填在答题卡上。

13. 曲线 $y = x^3 - x$ 在点 $(2, 6)$ 处的切线方程是_____。
14. 已知向量 a, b 满足 $a = (1, 1)$, $a + 2b = (3, -1)$, 则向量 a 与 b 的夹角为_____。
15. 已知斜率为 $-\frac{1}{3}$ 且经过坐标原点 O 的直线与椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{7} = 1$ 相交于 A, B 两点, M 为线段 AB 的中点, 则直线 OM 的斜率为_____。
16. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知角 $A = \frac{5\pi}{6}$, 角 A 的平分线 AD 与边 BC 相交于点 D , $AD = 2$. 则 $AB + AC$ 的最小值为_____。

三、解答题:本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分12分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $2a_2 + a_5 = 0, a_7 = 2a_4 - 2$.

(I)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II)设 $b_n = 2^{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

18. (本小题满分12分)

某项目的建设过程中,发现其补贴额 x (单位:百万元)与该项目的经济回报 y (单位:千万元)之间存在着线性相关关系,统计数据如下表:

补贴额 x (单位:百万元)	2	3	4	5	6
经济回报 y (单位:千万元)	2.5	3	4	4.5	6

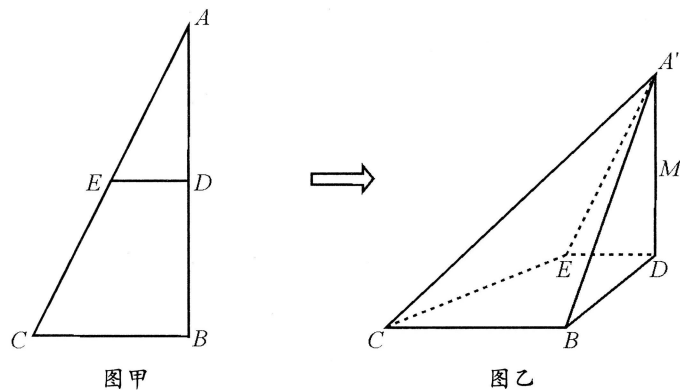
(I)请根据上表所给的数据,求出 y 关于 x 的线性回归直线方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$;

(II)请根据(I)中所得到的线性回归直线方程,预测当补贴额达到8百万元时该项目的经济回报.

$$\text{参考公式: } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

19. (本小题满分12分)

如图甲,在直角三角形 ABC 中,已知 $AB \perp BC, BC=4, AB=8$, D, E 分别是 AB, AC 的中点.将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起,使点 A 到达点 A' 的位置,且 $A'D \perp BD$, 连接 $A'B, A'C$, 得到如图乙所示的四棱锥 $A'-DBCE$, M 为线段 $A'D$ 上一点.



(I)证明:平面 $A'DB \perp$ 平面 $DBCE$;

(II)过 B, C, M 三点的平面与线段 $A'E$ 相交于点 N , 从下列三个条件中选择一个作为已知条件,求三棱锥 $A'-BCN$ 的体积.

① $BM = BE$; ②直线 EM 与 BC 所成角的大小为 45° ; ③三棱锥 $M-BDE$ 的体积是三棱锥 $E-A'BC$ 体积的 $\frac{1}{4}$.

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

20. (本小题满分12分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2x$, 过点 $A(2, 0)$ 且斜率为 k 的直线与抛物线 C 相交于 P, Q 两点.

(I)设点 B 在 x 轴上, 分别记直线 PB, QB 的斜率为 k_1, k_2 . 若 $k_1 + k_2 = 0$, 求点 B 的坐标;

(II)过抛物线 C 的焦点 F 作直线 PQ 的平行线与抛物线 C 相交于 M, N 两点, 求 $\frac{|MN|}{|AP| \cdot |AQ|}$ 的值.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \sin x - 2ax$, $a \in \mathbb{R}$.

(I)当 $a \geq \frac{1}{2}$ 时, 求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的最值;

(II)若关于 x 的不等式 $f(x) \leq \cos x - 1$ 在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 上恒成立, 求 a 的取值范围.

请考生在第22, 23题中任选择一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时, 用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22. (本小题满分10分) 选修4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \cos \alpha \\ y = 1 + \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos(\theta - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$.

(I)求直线 l 的直角坐标方程与曲线 C 的普通方程;

(II)已知点 A 的直角坐标为 $(-1, 3)$, 直线 l 与曲线 C 相交于 E, F 两点, 求 $|AE| \cdot |AF|$ 的值.

23. (本小题满分10分) 选修4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x - 1| + 2|x + 1|$.

(I)求不等式 $f(x) < 5$ 的解集;

(II)设 $f(x)$ 的最小值为 m . 若正实数 a, b, c 满足 $a + 2b + 3c = m$, 求 $3a^2 + 2b^2 + c^2$ 的最小值.

成都市2019级高中毕业班第一次诊断性检测
数学（文科）答题卡

姓名

座位号

考籍号

贴条形码区
(正面朝上切勿贴出虚线框外)

考生禁填

缺考标记

缺考考生由监考员贴条形码，并用2B铅笔填涂上面的缺考标记。

注意事项

1. 答题前，考生务必先认真核对条形码上的姓名、考籍号和座位号，无误后将本人姓名、考籍号和座位号填写在相应位置，同时将背面左上角相应的座位号涂黑。
2. 选择题填涂时，必须使用2B铅笔按图示规范填涂；非选择题必须使用0.5毫米的黑色墨迹签字笔作答。
3. 必须在题目所指示的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效，在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持答题卡清洁、完整，严禁折叠，严禁使用涂改液和修正带。

第I卷

(须用2B铅笔填涂)

填涂样例

错误填涂

正确填涂

1 (A) (B) (C) (D)

2 (A) (B) (C) (D)

3 (A) (B) (C) (D)

4 (A) (B) (C) (D)

5 (A) (B) (C) (D)

6 (A) (B) (C) (D)

7 (A) (B) (C) (D)

8 (A) (B) (C) (D)

9 (A) (B) (C) (D)

10 (A) (B) (C) (D)

11 (A) (B) (C) (D)

12 (A) (B) (C) (D)

第II卷 【必考题】

(须用0.5毫米的黑色字迹中性笔书写)

13.

14.

15.

16.

17.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

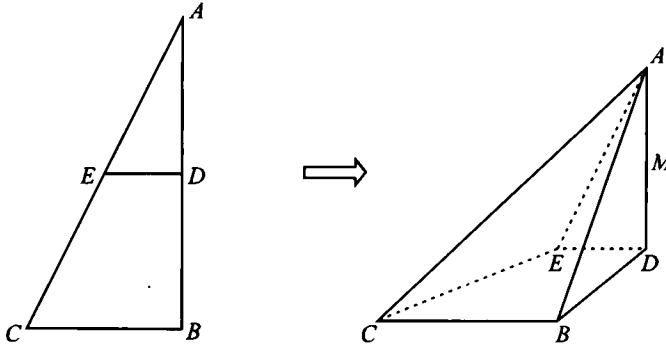
请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

18.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

19.



请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

座位号
(请用2B铅笔填涂)

[01][02][03][04][05][06][07][08][09][10][11][12][13][14][15]

[16][17][18][19][20][21][22][23][24][25][26][27][28][29][30]

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

20.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

21.

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!

第Ⅱ卷【选考题】

以下 为 选 考 题 ， 每 个 答 题 区 只 允 许 选 答 一 题 ， 答 题 前 ， 请 考 生 务 必 将 所 选 题 号 用 2B 铅 笔 涂 黑 。
[22] [23]

请考生从22、23二题中任选一题做答，并用2B铅笔将所选题号涂黑，多涂、错涂、漏涂均不给分，如果多做，则按所做的第一题计分。

请在各题规定的黑色矩形区域内答题, 超出该区域的答案无效!